
Élection dans les Réseaux Arbitraires

Mega-Merger

Yo-Yo

Quelques Considérations

Paola Flocchini

Élection dans les Réseaux Arbitraires (Gallager, Humblet, Spira '84)

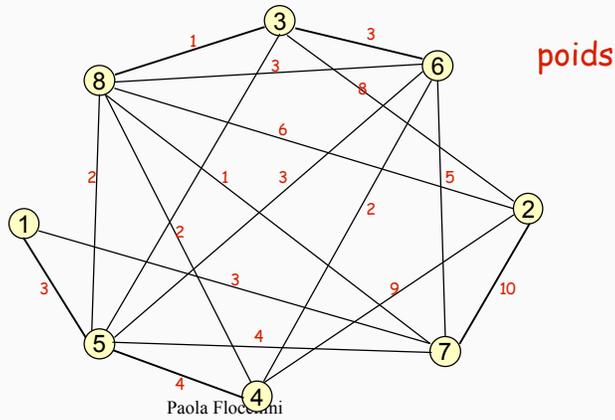
Mega-Merger

Dans un réseau arbitraire, l'élection et la construction d'un arbre recouvrant sont des problèmes équivalents.

Paola Flocchini

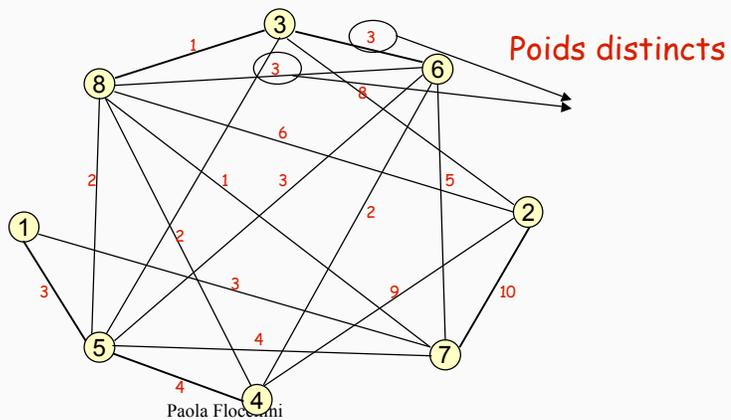
Mega-Merger

Algorithme de construction d'arbre recouvrant minimal.
La racine de l'arbre recouvrant est le leader.



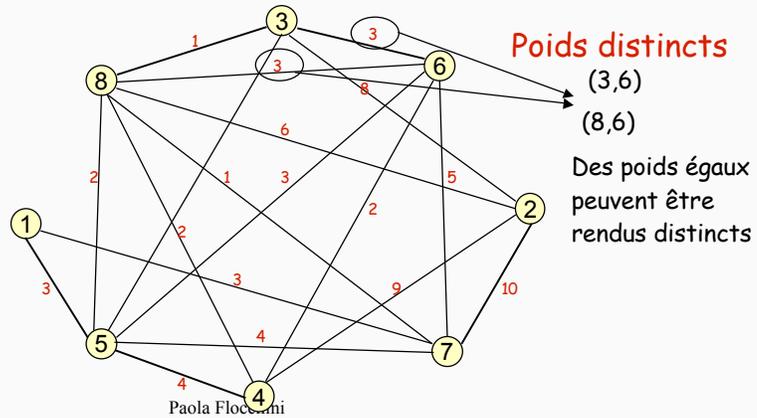
Mega-Merger

Algorithme de construction d'arbre recouvrant minimal.
La racine de l'arbre recouvrant est le leader.



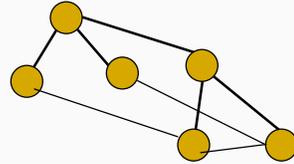
Mega-Merger

Algorithme de construction d'arbre recouvrant minimal.
La racine de l'arbre recouvrant est le leader.



Donc nous pouvons maintenant tenir pour acquis que:

les liens ont des poids distincts



noeud = village caractérisé par un nom

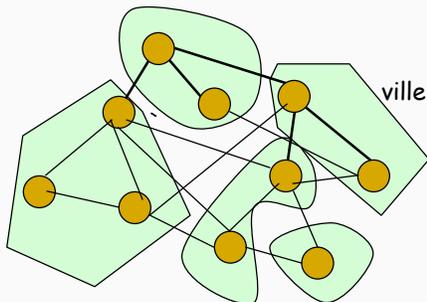
lien = rue caractérisé par une distance

noms et distances sont différents

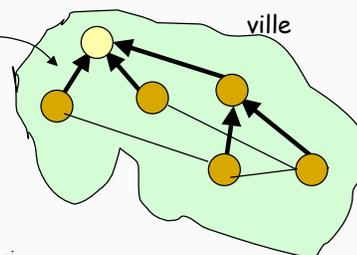
Le But:

Réunir tous les villages en une seule métropole

Paola Flocchini

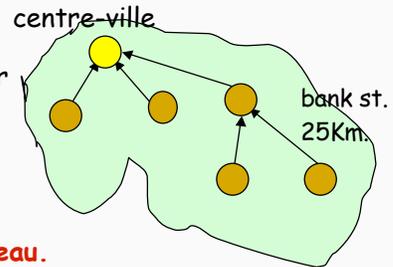


Rue desservie par le transport en commun



Paola Flocchini

- 1) La ville est un sous-graphe
Son **Arbre Recouvrant** est desservie par
le transport en commun
La racine est le centre-ville



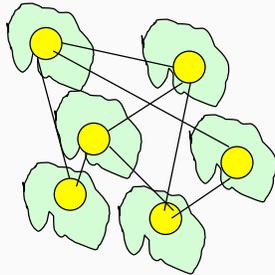
- 2) Chaque ville a un **nom** unique et un **niveau**.
Éventuellement, tous les quartiers connaissent le nom de la
ville

Ottawa
level=i

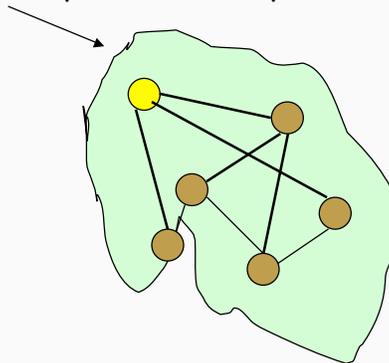
- 3) Les liens sont des rues ayant un **nom** de quartier et une **distance**

- 4) **Initialement**: chaque noeud est une ville d'un seul quartier et
aucune rue. Tous les villes sont au même niveau.

Paola Flocchini



Les villes sont **fusionnés**
pour former de plus
grandes villes jusqu'à ce
qu'il ne reste qu'une ville.



Paola Flocchini

Questions à considérer lors de la fusion de deux villes:

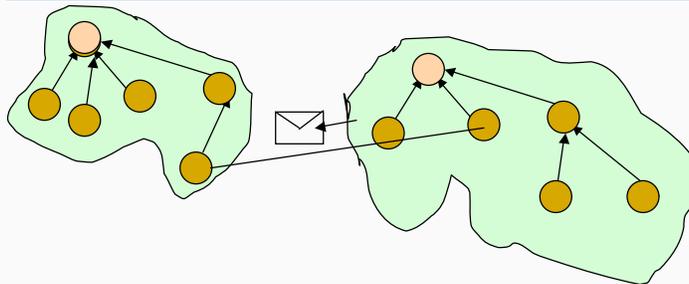
Quel nom donner à la nouvelle ville

Dépendra de plusieurs facteurs

Quelles rues de la ville seront desservies par le transport en commun

[les rues desservies dans chacune des deux villes et une rue établissant le lien]

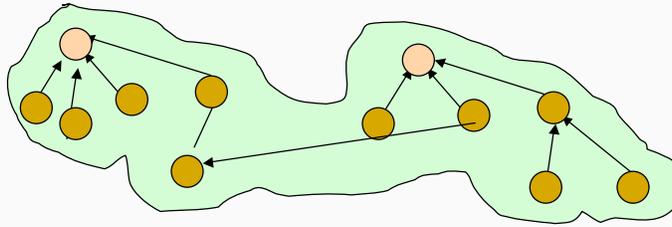
Paola Flocchini



5) Une ville doit se fusionner avec la ville avoisinante la plus près. Pour demander une fusion, la ville envoie un message *let-us-merge* par la **route la plus courte** reliant les deux villes

6) La décision de demander une fusion doit provenir du centre-ville. Il ne peut y avoir plus d'une demande à la fois.

Paola Flocchini



7) Lorsque la fusion a lieu, les rues de la nouvelle ville desservies pas le transport en commun seront celles des deux villes et la rue établissant le lien. La position du nouveau centre-ville dépendra de plusieurs facteurs.

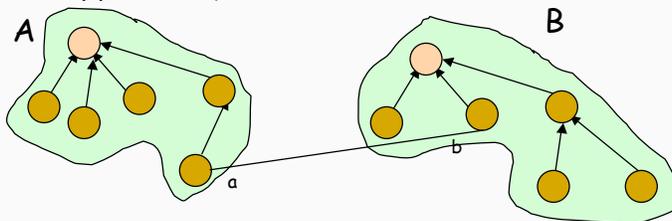
Paola Flocchini

A: Ville

D(A): centre-ville

niveau(A): niveau de la ville A

e(A) = (a,b): lien de fusion avec la ville la plus près
(Supposons que c'est B)



Lorsque la demande arrive il y a deux cas:

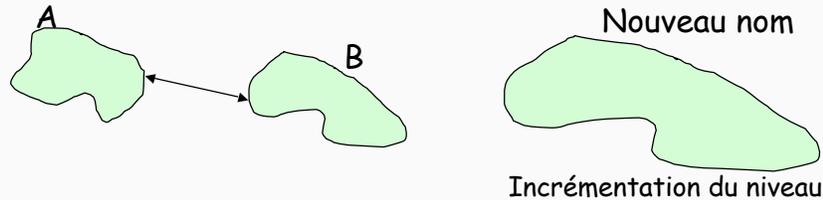
- 1) Les deux villes ont le même niveau, ou
- 2) Les deux villes ont des niveaux différents

Paola Flocchini

Dans le cas où A a envoyé let-us-merge à B

8) Si $\text{niveau}(A) = \text{niveau}(B)$ ET le lien choisi par A est le même que celui choisi par B ($e(A)=e(B)$), alors:

friendly merger



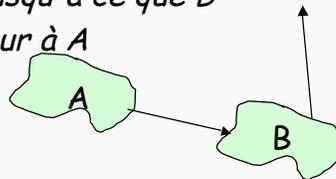
9) Si $\text{niveau}(A) < \text{niveau}(B)$ A est absorbé par B



Dans les autres cas, la décision est reportée

10) Si $\text{niveau}(A) = \text{niveau}(B)$ mais $e(A) \neq e(B)$, alors:

La fusion est suspendue jusqu'à ce que B atteigne un niveau supérieur à A

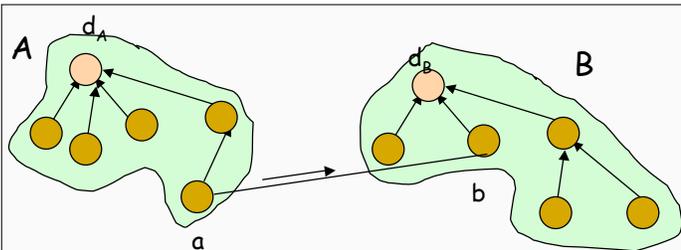


11) Si $\text{niveau}(A) > \text{niveau}(B)$

alors:

La fusion est suspendue jusqu'à ce que B atteigne le même niveau que A





Absorption (règle 9)

niveau(A) < niveau(B)

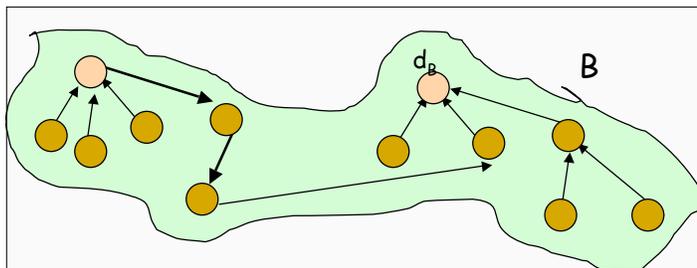
A sera absorbé par B

b avertit a qu'une absorption à lieu (Le nom de B est dans le message)

a diffuse l'information dans A

La direction des liens est inversé pour qu'ils soient dirigés vers le nouveau centre-ville

Paola Flocchini



Absorption (règle 9)

niveau(A) < niveau(B)

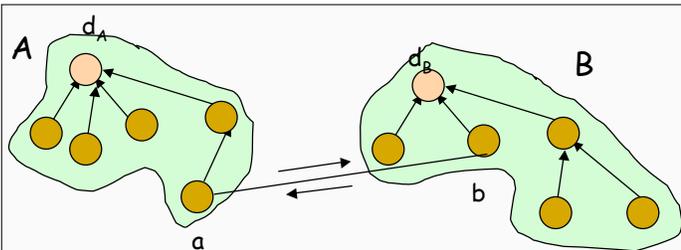
A sera absorbé par B

b avertit a qu'une absorption à lieu (Le nom de B est dans le message)

a diffuse l'information dans A

La direction des liens est inversé pour qu'ils soient dirigés vers le nouveau centre-ville

Paola Flocchini



Friendly Merger (règle 8)

$$\text{niveau}(A) = \text{niveau}(B)$$

$$e(a) = e(B)$$

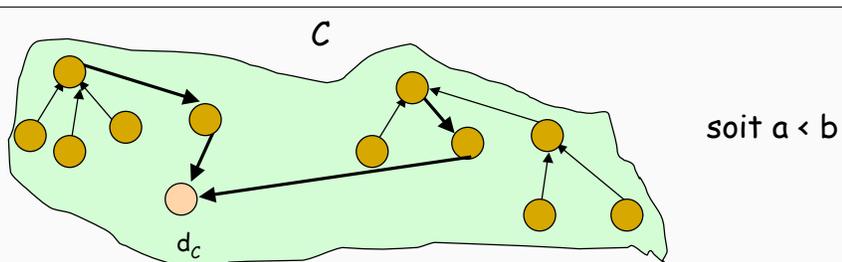
Nouveau centre-ville, nouveau nom, nouveau niveau

Centre-ville = $\min\{a, b\}$

nouveau niveau = niveau précédent + 1

nouveau nom = nom de la rue liant a et b

Paola Flocchini



Friendly Merger (règle 8)

$$\text{niveau}(A) = \text{niveau}(B)$$

$$e(a) = e(B)$$

Nouveau centre-ville, nouveau nom, nouveau niveau

Centre-ville = $\min\{a, b\}$

nouveau niveau = niveau précédent + 1

nouveau nom = nom de la rue liant a et b

a et b calculent l'information indépendamment et la diffusent.

Certains liens sont inversés pour qu'ils soient dirigés vers le nouveau centre-ville.

Paola Flocchini

Suspension (règles 10,11)

niveau(A) = niveau(B) mais $e(A) \neq e(B)$
ou
niveau(A) > niveau(B)

b garde l'information pour utilisation future

NOTE: Aucun élément de A est au courant de la suspension.
Aucune autre requête peut être envoyé par A

Paola Flocchini

Choix du lien de fusion

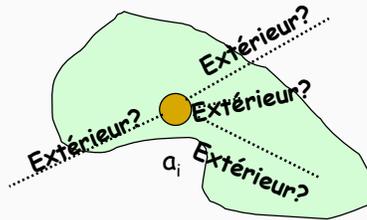
d_A doit trouver le lien le plus court parmi tous les liens sortant de la ville

5.1) chaque quartier a_i de A détermine la distance d_i de la route la plus courte allant à une autre ville (en l'absence de liens sortant, $d_i = \infty$)

5.2) d_A trouve le plus petit (min dans un arbre enraciné)

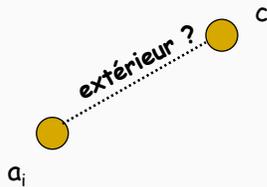
Paola Flocchini

Comment calculer la route la plus courte menant à une autre ville...



Une à la fois

Paola Flocchini



si $\text{nom}(A) = \text{nom}(C)$
répondre (interne)

si $\text{nom}(A) \neq \text{nom}(C)$

Le chemin ne mène pas nécessairement vers l'extérieur

(Il est possible que C a été absorbé par A et c n'est pas au courant: dans un tel cas, $\text{niveau}(C) < \text{niveau}(A)$)

donc:

si $\text{nom}(A) \neq \text{nom}(C)$
et $\text{niveau}(C) \geq \text{niveau}(A)$ alors

répondre(externe)

Paola Flocchini

si $\text{nom}(A) \neq \text{nom}(C)$
et $\text{niveau}(C) < \text{niveau}(A)$ alors

ne pas répondre

Information Supplémentaire

Découverte d'un friendly merger

$$\text{niveau}(A) = \text{niveau}(B) \text{ et } e(A) = e(B)$$

Pour décider, b doit connaître $e(A)$ et $e(B)$

Comment est-ce que b peut connaître $e(B)$?

$e(B)$ est choisi par $D(B)$, qui enverra la requête par l'intermédiaire de b

En recevant la requête, b sera au courant

Donc,

Si $e(A) = e(B)$, b sera éventuellement au courant

Si $e(A) \neq e(B)$, b n'est pas le point de sortie, il ne saura jamais ce qu'est $e(B)$.

Paola Flocchini

Information Supplémentaire

Découverte d'un friendly merger

$$\text{niveau}(A) = \text{niveau}(B) \text{ et } e(A) = e(B)$$

Sur la réception d'un let-us-merge:

Si b a déjà reçu un let-us-merge de $D(B)$ à être envoyé à a

À la fois b et a sauront que la fusion est de type friendly merger

Autrement

b attend

Éventuellement, soit b saura que c'est une fusion de type friendly merger, soit son niveau sera incrémenté (Du à une requête de B à une autre ville) et $\text{niveau}(B)$ deviendra plus grand que $\text{niveau}(A)$.

[absorption]

[Note: A attend, son niveau ne peut pas augmenter]

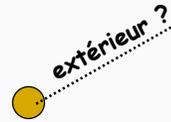
Paola Flocchini

Information Supplémentaire

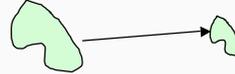
Impasses

Cas où il y a une attente:

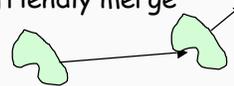
1) c envoi extérieur? à d (niveau(D) < niveau(C))



2) Sur la réception d'un let-us-merge sur $e(C)=(c,d)$, d saura que niveau(D) < niveau(C)



3) Sur la réception d'un let-us-merge sur $e(C)=(c,d)$, d saura que niveau(C)=niveau(D) mais ce ne sera pas de type friendly merge



4) Sur la réception de let-us-merge sur $e(C)=(c,d)$, d saura que niveau(C)=niveau(D) mais ne saura pas si la fusion est de type friendly merge



Paola Flocchini

Exactitude

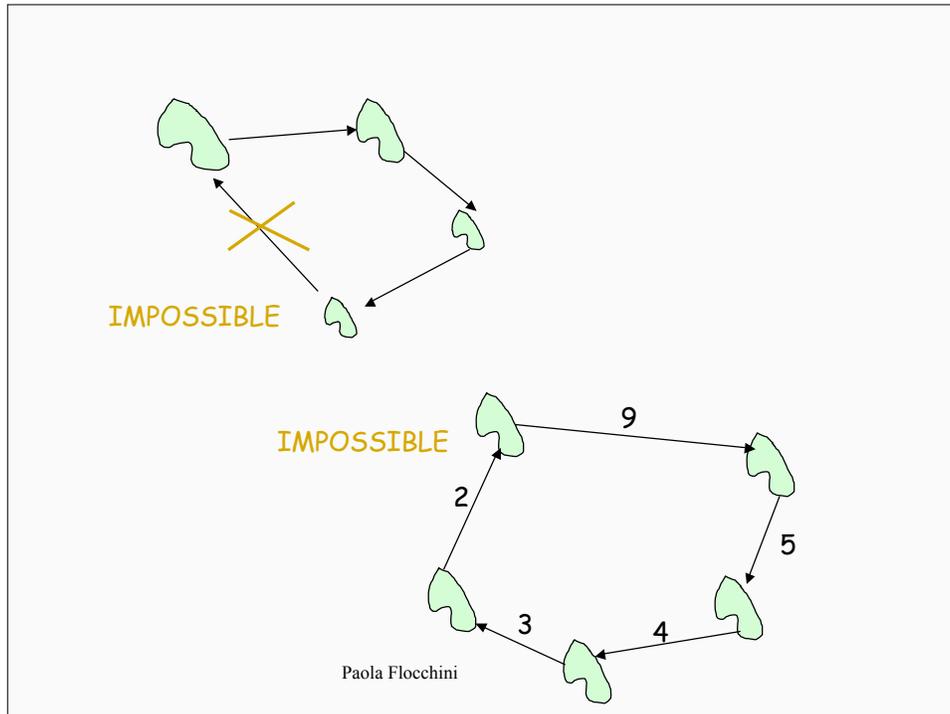
Si une ville de niveau l ne sera pas suspendue, son niveau augmentera (sauf si c est la métropole)

Disons que la ville C au niveau l est suspendue par un quartier d en D .
Si le niveau de D devient plus grand que l , C ne sera plus suspendue.

Aucune ville dans C ne sera suspendue par une ville de plus grand niveau.

Le protocole Mega-merger est sans impasses

Paola Flocchini



Termination

Si A est la métropole, il n'y a pas d'autres villes. Tous les liens inutilisés sont internes

La recherche du plus petit lien retournera une valeur spéciale (∞)

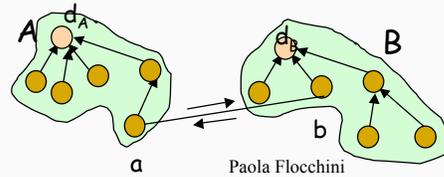
D(A) comprendra et diffusera un message signalant la terminaison

Complexité

Nombre de messages par niveau: VILLE A

Pour chaque friendly merger du niveau $i-1$ au niveau i

Trouver le lien de fusion:	$2(n(A)-1)$
Acheminement du message let-us-merge de $D(A)$ à $e(A)$:	$n(A)$
Diffusion de l'information de la nouvelle ville	$n(A)-1$



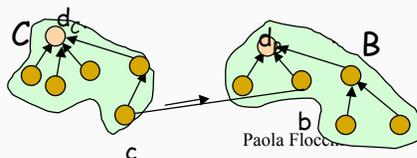
TOT: $4n(A) - 3$

Complexité

Nombre de messages par niveau: VILLE C

C est absorbé au niveau i

Trouver le lien de fusion:	$2(n(C)-1)$
Acheminement du message let-us-merge de $D(C)$ à $e(C)$:	$n(C)$
Diffusion de l'information de la nouvelle ville	$n(C)$



TOT: $4n(C)-2$

Complexité

Les villes sont
disjointes, donc:

$$\sum_{B \in \text{Ville}(i)} n(B) \leq n$$

$$\text{Ville}(i) = \text{Fusion}(i) \cup \text{Absorbtion}(i)$$

Nombre de messages par niveau

$$\sum_{A \in \text{Fusion}(i)} (4n(A)-3) + \sum_{C \in \text{Absorbtion}(i)} 4n(C)-2 = 4 \sum_{B \in \text{Ville}(i)} n(B) - \text{terme non significatif}$$

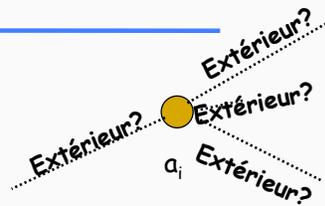
$$\leq 4n$$

Paola Flocchini

Complexité

Extérieur? Si oui, le noeud
répondra externe

$$\leq n$$



Un à la fois jusqu'à ce que le
plus petit soit trouvé

$$\text{Coût total}(i) \leq 5n$$

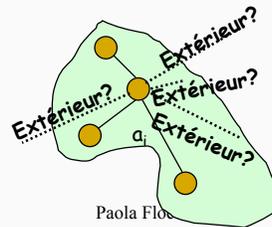
Paola Flocchini

Complexité

Messages inutiles: Extérieur? Lorsque la réponse est interne
2 messages pour chaque rue qui n'est pas dans la ville

$$2(m - (n-1))$$

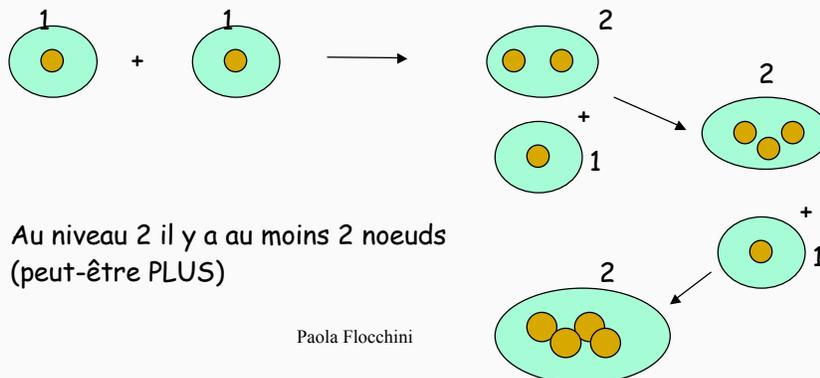
Diffusion du message de terminaison: n-1



Complexité

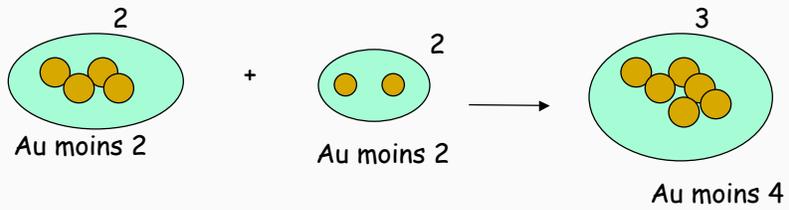
Combien de niveaux ?

Le niveau est incrémenté seulement si la fusion à lieu entre deux villes de même niveau.



Au niveau 2 il y a au moins 2 noeuds
(peut-être PLUS)

Paola Flocchini



Paola Flocchini

Complexité

En général, au niveau i , il y a au moins 2^i noeuds
(peut-être PLUS)

$$\text{Noeuds de niveau } i \geq 2^i$$

$$n \geq 2^i$$

$$i \leq \log n$$

inutiles notification fusions

Total: $\leq 2(m - (n-1)) + n-1 + 5n \log n$

Paola Flocchini $\leq 2m + 5 n \log n + n+1$