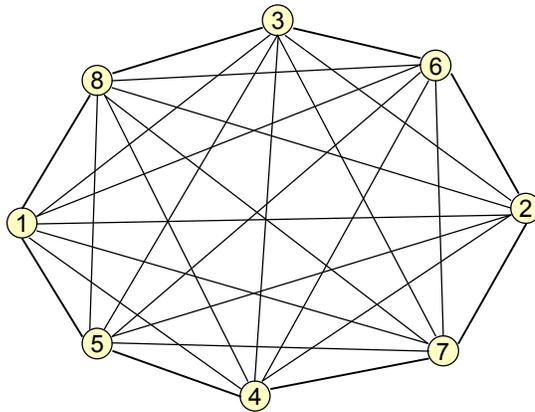


---

## Élection dans le Graphe Complet

---

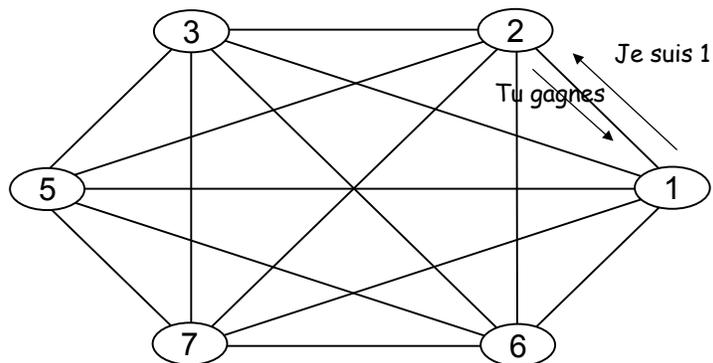


csi5308-Paola Flocchini

### Algorithme Trivial

---

Questionner les voisins un à la fois

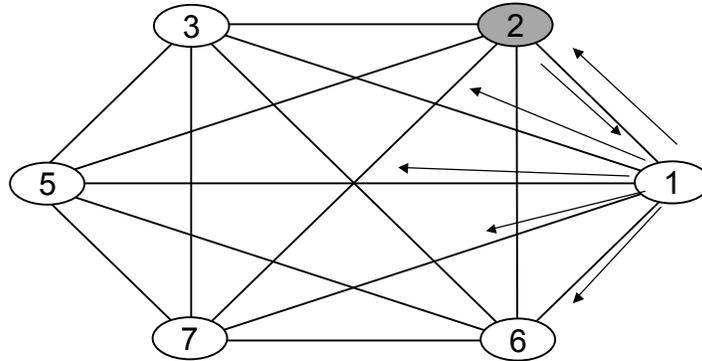


csi5308-Paola Flocchini

## Algorithme Trivial

---

Questionner les voisins un à la fois



csi5308-Paola Flocchini

## Complexité en Message

---

$O(n^2)$

csi5308-Paola Flocchini

## Meilleur Algorithme

---

Idée:

- Divisé en niveaux
- Acquisition de territoire (capturer les voisins) tout en s'assurant qu'un noeud est capturé par au plus un candidat à la fois.
- Territoires disjoints

csi5308-Paola Flocchini

## L'idée

---

Un noeud attaque un autre noeud. S'il réussit, il capture le noeud en question, **agrandissant ainsi son territoire.** (= niveau)

Les noeuds perdants sont capturés (appartiennent à leur propriétaire) et cessent d'attaquer

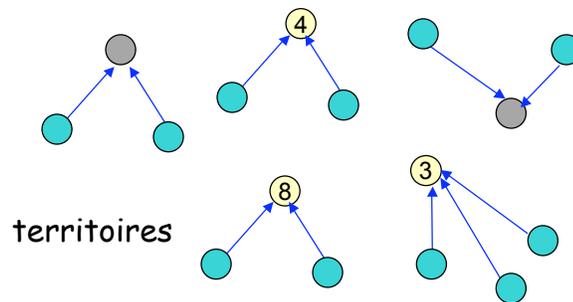
csi5308-Paola Flocchini

## Les états des noeuds

- **CANDIDATE:** Actif et essaie d'agrandir son territoire
- **PASSIVE:** Phase de transition. Le noeud n'attaque plus et sera éventuellement capturé.
- **CAPTURED:** Le noeud fait partie du territoire de son propriétaire

Une attaque peut se diriger vers un noeud qui est:  
**CANDIDATE, PASSIVE** OU **CAPTURED**

csi5308-Paola Flocchini

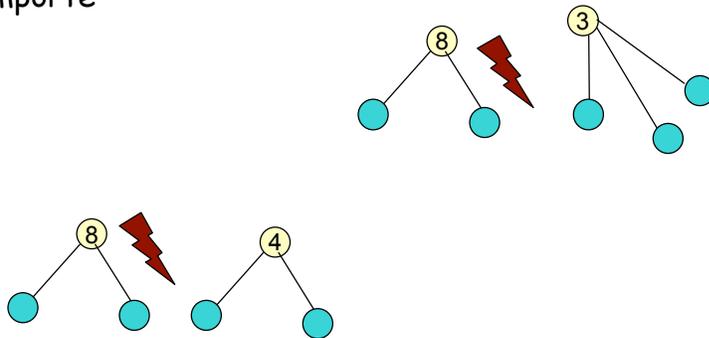


csi5308-Paola Flocchini

## L'Attaque

Un noeud ayant un territoire plus grand (i.e. un niveau plus élevé) l'emporte sur un noeud ayant un plus petit territoire

En cas d'égalité, celui qui a l'identificateur le plus petit l'emporte

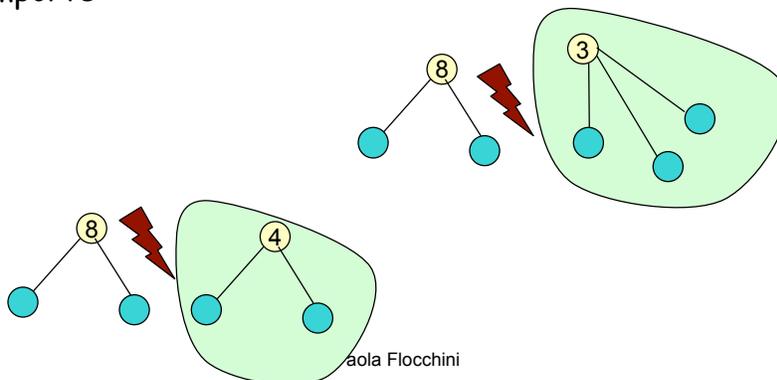


csi5308-Paola Flocchini

## L'Attaque

Un noeud ayant un territoire plus grand (i.e. un niveau plus élevé) l'emporte sur un noeud ayant un plus petit territoire

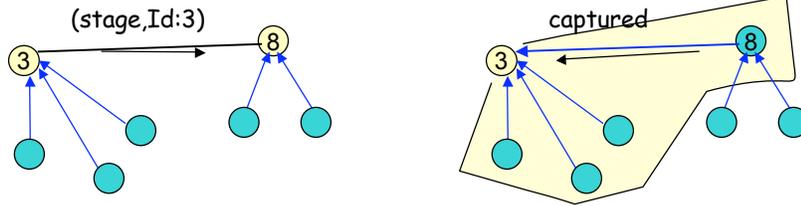
En cas d'égalité, celui qui a l'identificateur le plus petit l'emporte



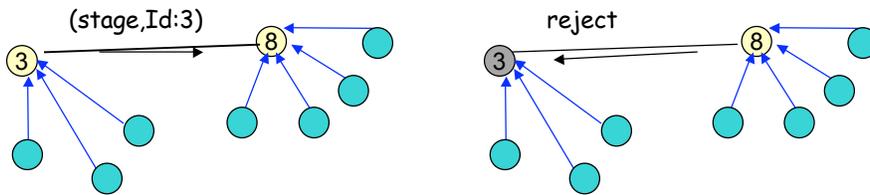
Paola Flocchini

## Attaquer un **CANDIDATE**

Envoyer un message à un voisin



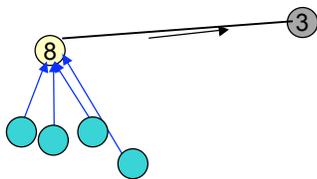
Augmentation du territoire et du niveau (+1)



Si l'attaque échoue, 3 devient **passive**

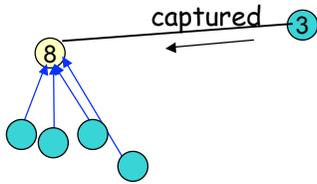
csi5308-Paola Flocchini

## Attaquer un Noeud **PASSIVE**



csi5308-Paola Flocchini

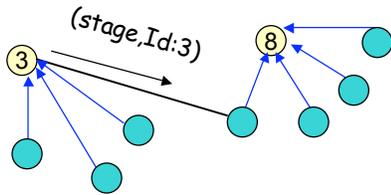
## Attaquer un Noeud **PASSIVE**



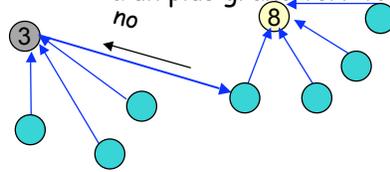
Augmentation du territoire et du niveau (+1)

csi5308-Paola Flocchini

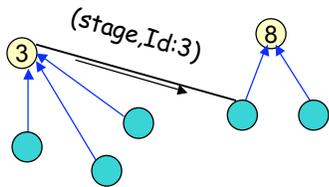
## Attaquer un Noeud **CAPTURED**



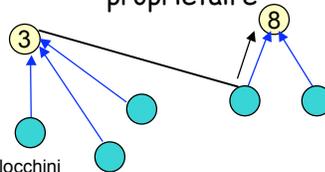
Si je sais que j'appartiens  
à un plus grand territoire  
*no*



3 devient passif si l'attaque échoue

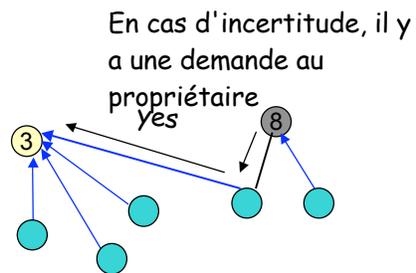
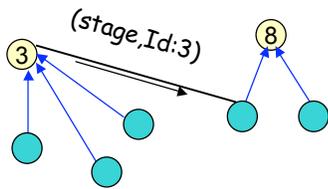
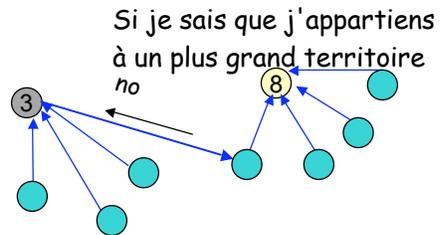
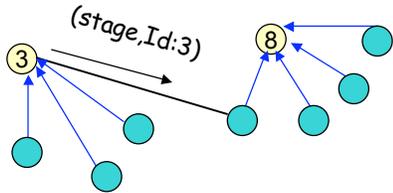


En cas d'incertitude, il y  
a une demande au  
propriétaire



csi5308-Paola Flocchini

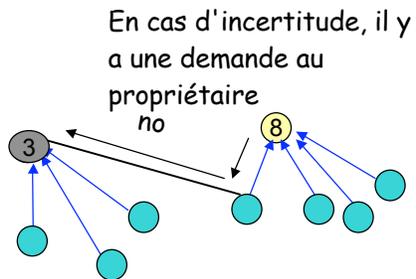
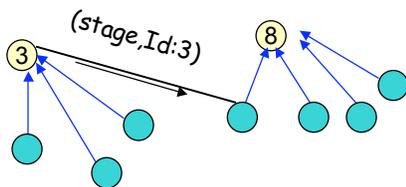
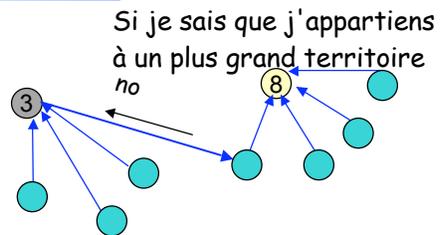
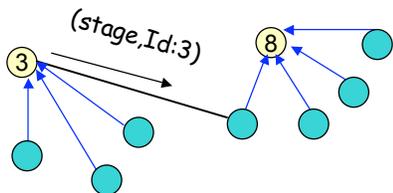
## Attaquer un Noeud CAPTURED



Augmentation du territoire et du niveau (+1)

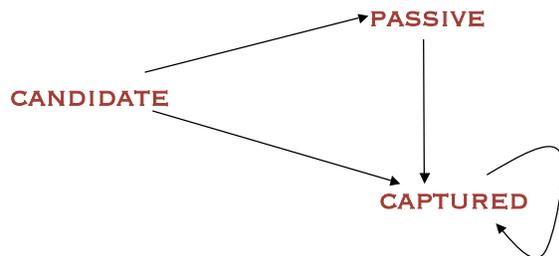
csi5308-Paola Flocchini

## Attaquer un Noeud CAPTURED



3 devient **passive** si l'attaque échoue

csi5308-Paola Flocchini



csi5308-Paola Flocchini

Quand terminer ?

---

Quand un candidat devient-il élu ?

Lorsque plus de  $n/2$  noeuds lui appartiennent

Si un candidat a capturé plus de  $n/2$  noeuds, aucun autre noeud peut être élu

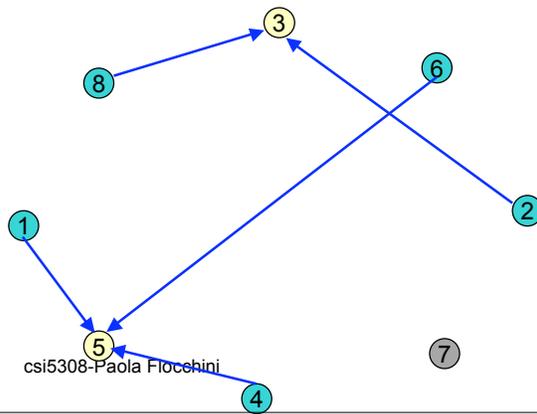
csi5308-Paola Flocchini

## Important

Les territoires de deux candidats sont disjoints

Puisqu'en tout temps, un noeud ne peut avoir qu'un seul propriétaire.

Chaque territoire est enraciné au noeud propriétaire



Nous avons besoin: nombre de niveaux et quantité de messages par niveau

csi5308-Paola Flocchini

### Messages par Attaque

candidate --- candidate    2 msgs

candidate --- passive    2 msgs

candidate --- captured    4 msgs



**Au plus 4 messages par attaque**

csi5308-Paola Flocchini

## Nombre de niveaux

---

Un candidat ayant capturé  $n/2 + 1$  noeuds est élu et averti les autres

$n/2 + 1$  niveaux

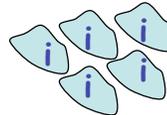
csi5308-Paola Flocchini

## Combien de candidats a chaque niveau ?

---

Niveau  $i$  ---> grandeur du territoire :  $i$

Note : territoire disjoints



Il ne peut y avoir plus de  $n/i$   
candidats au niveau  $i$



$$n_i \leq n/i$$

csi5308-Paola Flocchini

## Complexité en Messages

---

$n_i \leq n/i$

Au plus 4 messages par attaque

Messages au niveau  $i \leq 4 n/i$

$$O\left(\sum_1^{n/2} 4 n/i\right) = O\left(4 n \sum_1^{n/2} 1/i\right)$$

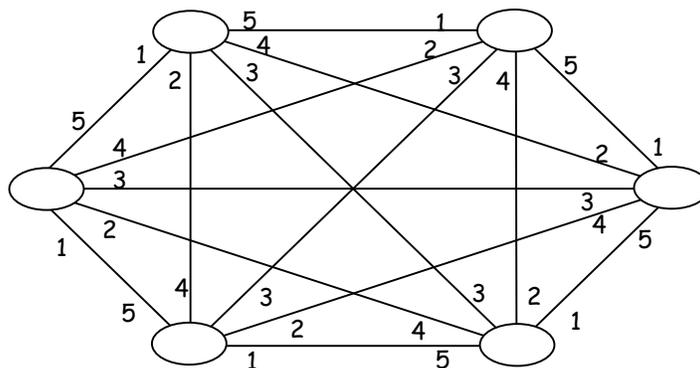
Série harmonique  $H_{n/2}$   
=  $O(\log n)$

$$M(\text{élection complète}) = O(n \log n)$$

csi5308-Paola Flocchini

## Élection dans le Graphe Complet avec Sens de Direction Chordal

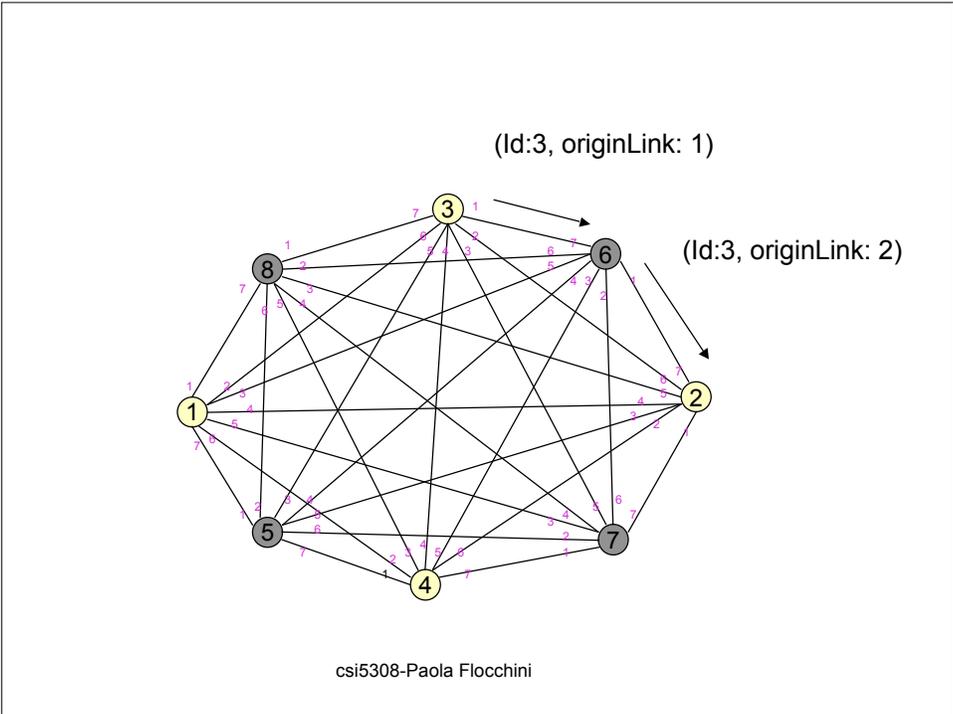
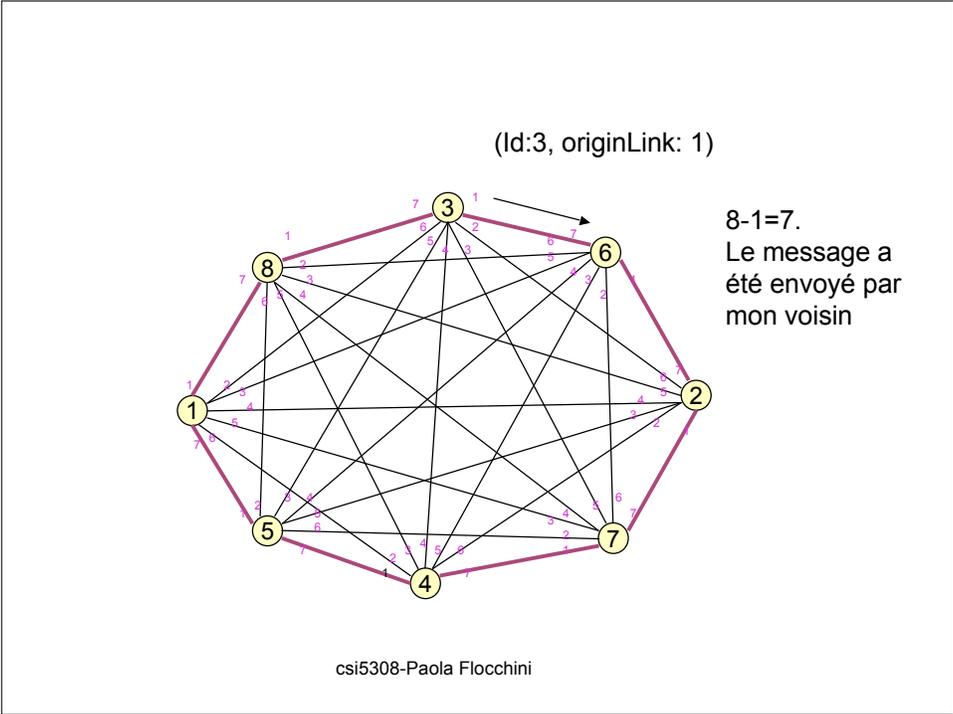
---

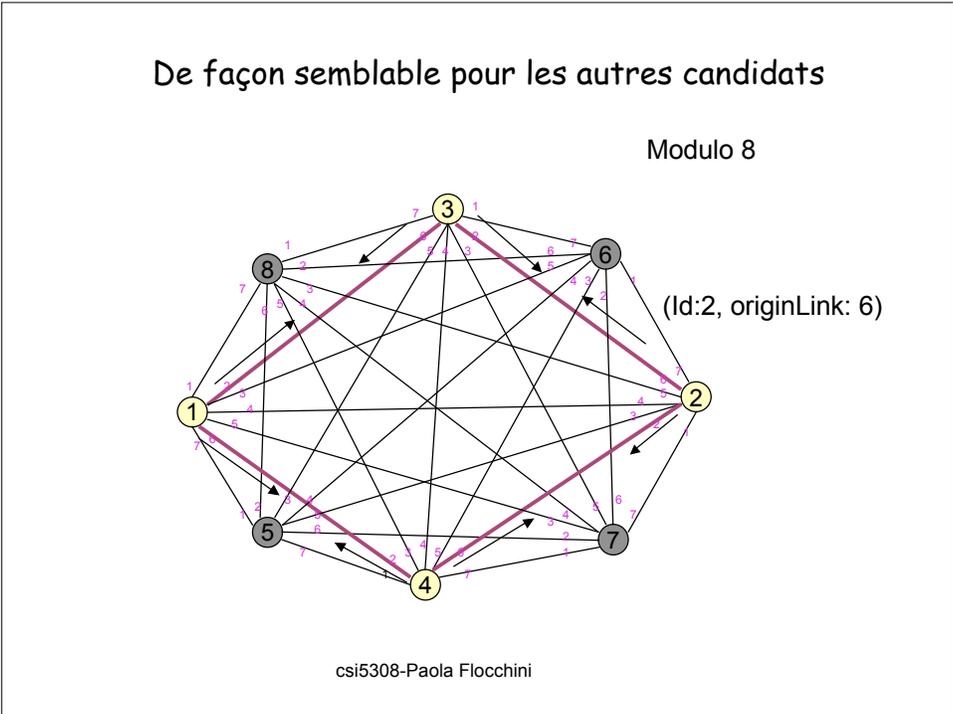
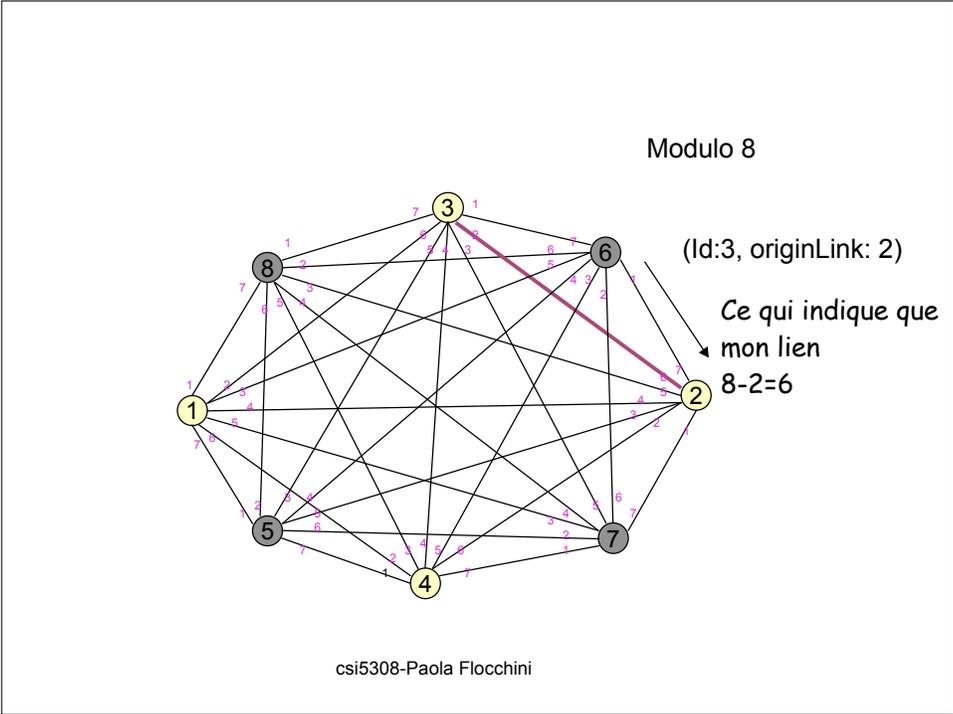


N'importe quel algorithme pour les anneaux

**IDÉE:** Mettre l'information dans les messages. Au prochain niveau, utiliser un anneau plus petit.

csi5308-Paola Flocchini



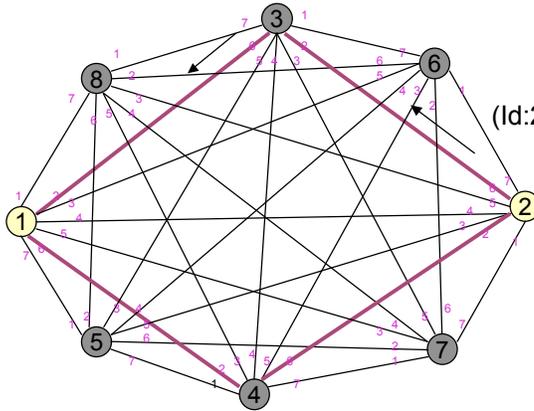


De façon semblable pour les autres candidats

Modulo 8

(Id:2, originLink:  $6+6=4$ )

(Id:2, originLink: 6)

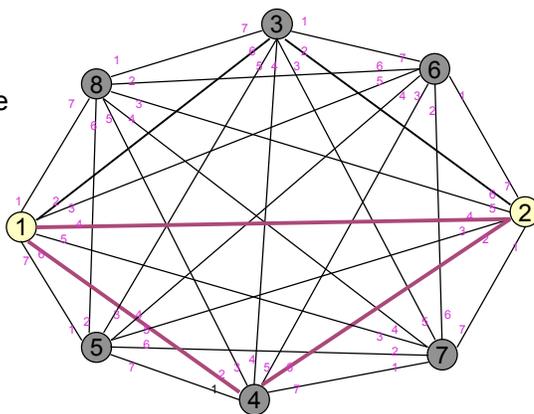


csi5308-Paola Flocchini

De façon semblable pour les autres candidats

Modulo 8

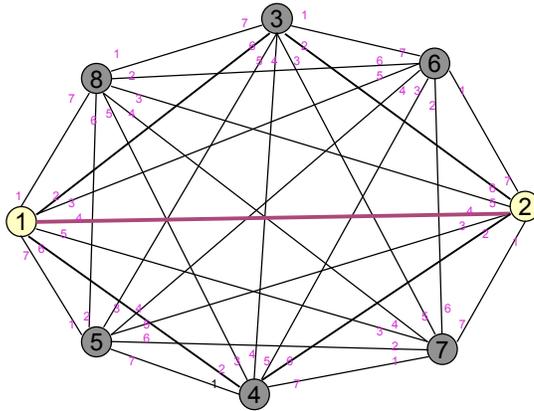
Ce qui indique  
que mon lien  
 $8-4=4$



csi5308-Paola Flocchini

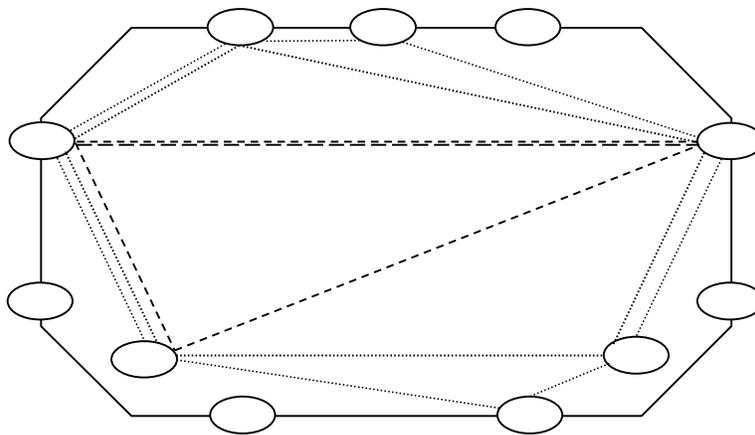
De façon semblable pour les autres candidats

Modulo 8



csi5308-Paola Flocchini

### Complexité en Messages



Graphe planaire - 2 messages par lien  
 $O(n)$  [Parce qu'un graphe planaire a  $O(n)$  liens]

csi5308-Paola Flocchini