ELG3570

18. **La génération et la démodulation des signaux FM**

uOttawa

L'Université canadienne
Canada's university

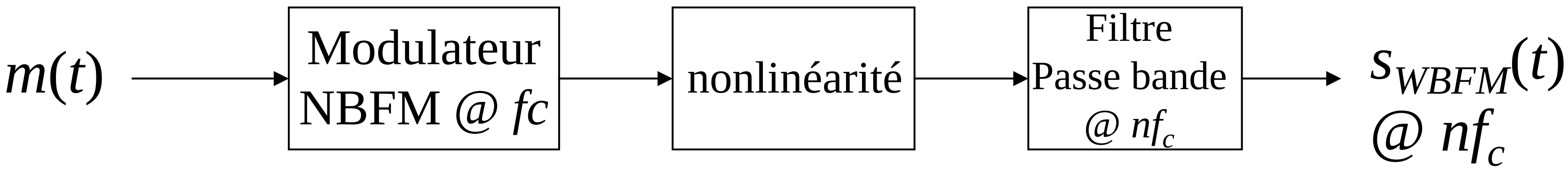
Université d'Ottawa | University of Ottawa

uOttawa.ca

Génération des signaux WBFM

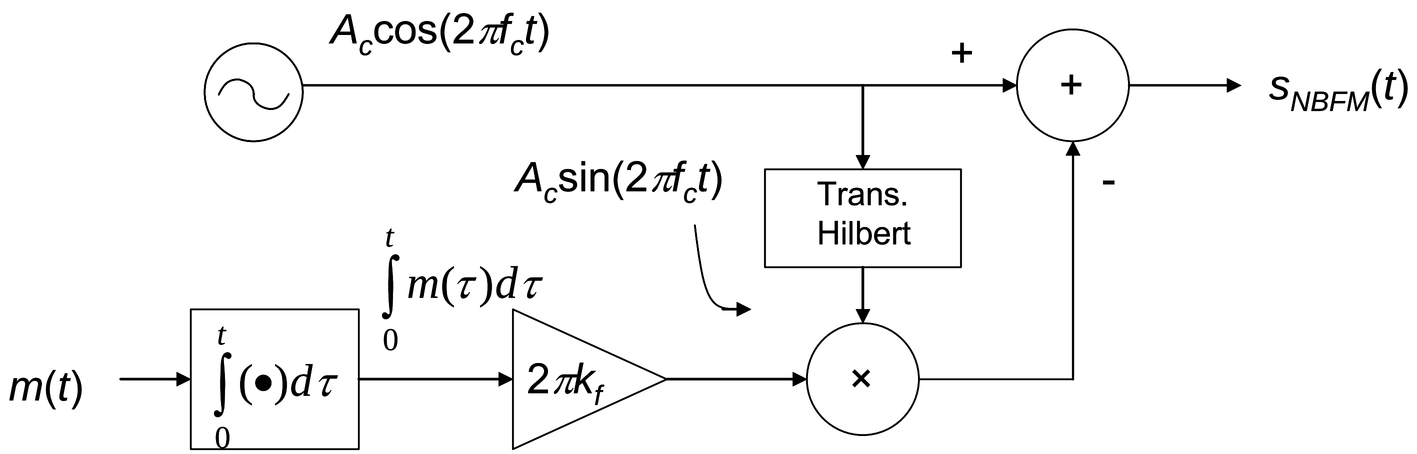
- Méthode directe
  - Oscillateur commandé par variation de tension (« *voltage controlled oscillator* »)

- Méthode indirecte
  - Méthode d’Armstrong



Méthode d'Armstrong

- Modulateur NBFM



Méthode d'Armstrong

- Nonlinéarité
  - $v_o = a_1 v_i + a_2 v_i^2 + a_3 v_i^3 + \ldots$
  - $v_i(t) = s_{NBFM}(t)$.
  - Exemple $s_{NBFM}(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + 2\pi k_f \int m(t)dt) = A_c \cos(\theta_i(t))$.
  - $v_o(t) = a_1 s_{NBFM}(t) + a_2 s^2_{NBFM}(t) + a_3 s^3_{NBFM}(t) \ldots$
  - $v_o(t) = a_1 A_c \cos(\theta_i(t)) + a_2 A_c^2 \cos^2(\theta_i(t)) + a_3 A_c^3 \cos^3(\theta_i(t)) \ldots$
  - $v_o(t) = a_1 A_c \cos(\theta_i(t)) + a_2 A_c^2/2 + (a_2 A_c^2/2)\cos(2\theta_i(t)) + (3a_3 A_c^3/4)\cos(\theta_i(t)) + (a_3 A_c^3/4)\cos(3\theta_i(t)) \ldots$
  - $n\theta_i(t) = 2\pi(nf_c)t + 2\pi(nk_f)\int m(t)dt$ (fréquence porteuse nf_c et $k_f' = nk_f$ alors $\beta_F' = n\beta_F$).
- Filtre passe bande pour passer la composante @ nf_c.

Démodulation des signaux FM

- Dérivateur + détecteur d’enveloppe
- Discriminateur de fréquence.
- Compteur de fréquence.

Dérivateur + détecteur d'enveloppe

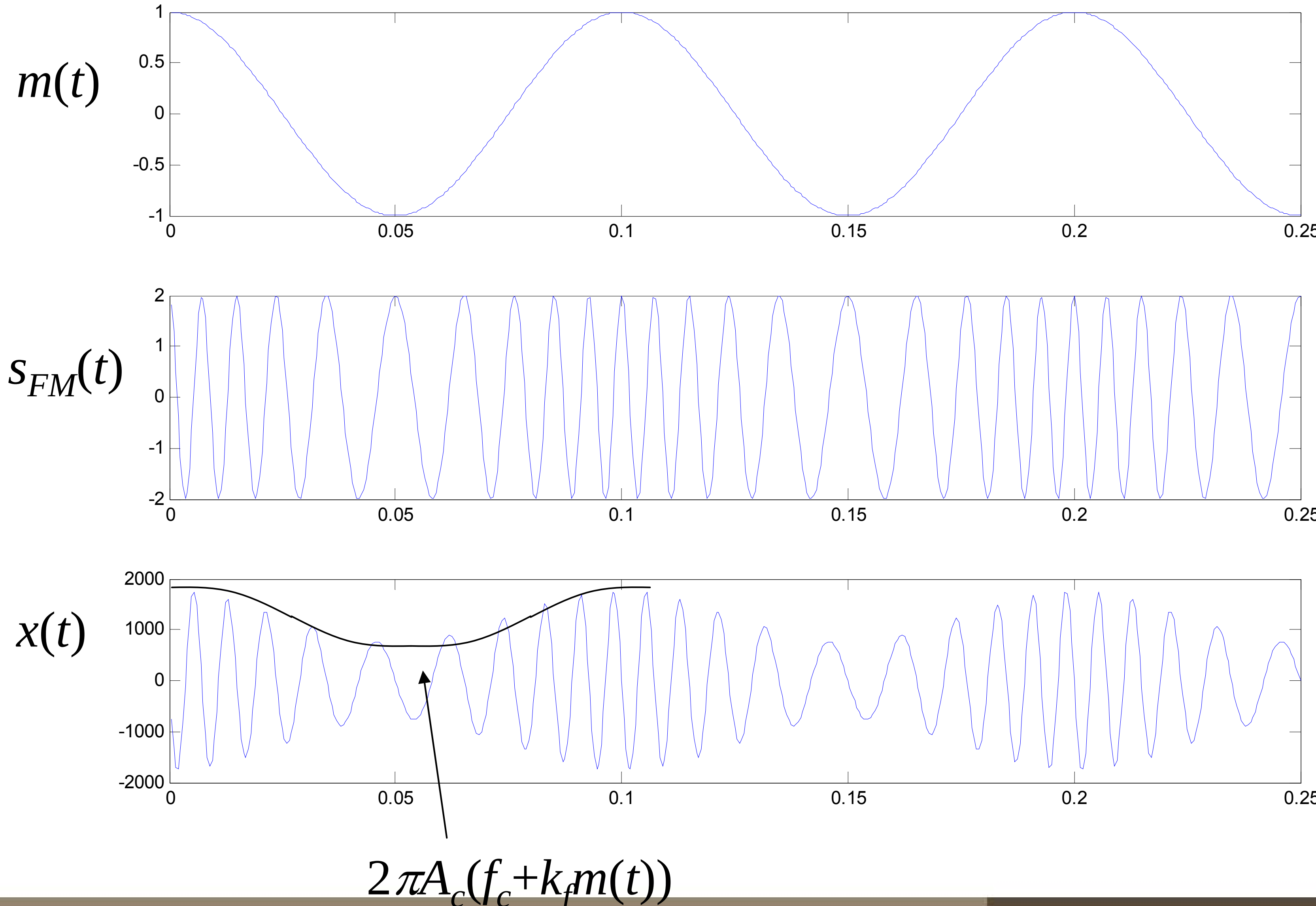
Dérivateur + détecteur d'enveloppe

$$\begin{aligned}
x(t) &= \frac{ds_{FM}(t)}{dt} \\
&= \frac{d}{dt}\left(A_c \cos\left(\theta_i(t)\right)\right) \\
&= -\frac{d\theta_i(t)}{dt} A_c \sin\left(\theta_i(t)\right) \\
&= 2\pi A_c f_i(t) \sin\left(2\pi f_c t + 2\pi k_f \int m(t)dt + \pi\right) \\
&= 2\pi A_c \left(f_c + k_f m(t)\right) \sin\left(2\pi f_c t + 2\pi k_f \int m(t)dt + \pi\right)
\end{aligned}$$

$f_c >> |k_f m(t)|$ alors $2\pi A_c(f_c+k_f m(t)) > 0$.

Exemple

- $m(t)$ = cos2π10t, f_c = 100, A_c = 2, k_f = 40 Hz/V.
- $s_{FM}(t)$ = 2cos(2π200t+4sin2π10t)
- $x(t)$ = 4π(100+40cos2π10t)sin(2π100t+4sin2π10t+π)


m(t)
1
0.5
0
-0.5
-1
0
0.05
0.1
0.15
0.2
0.25
s_FM(t)
2
1
0
-1
-2
x(t)
2000
1000
0
-1000
-2000
2πA_c(f_c+k_f m(t))

Dérivateur + détecteur d'enveloppe

- Sortie du détecteur d'enveloppe
  - $y(t) = 2\pi A_c(f_c + k_f m(t)) = 2\pi A_c f_c + 2\pi A_c k_f m(t)$
  - Supposons que $m(t)$ n'a pas de composante DC ($M(f) = 0$ pour $f = 0$).
- Sortie du bloqueur DC
  - $2\pi A_c k_f m(t) = K m(t)$.

Fluctuation de l’amplitude du signal reçu

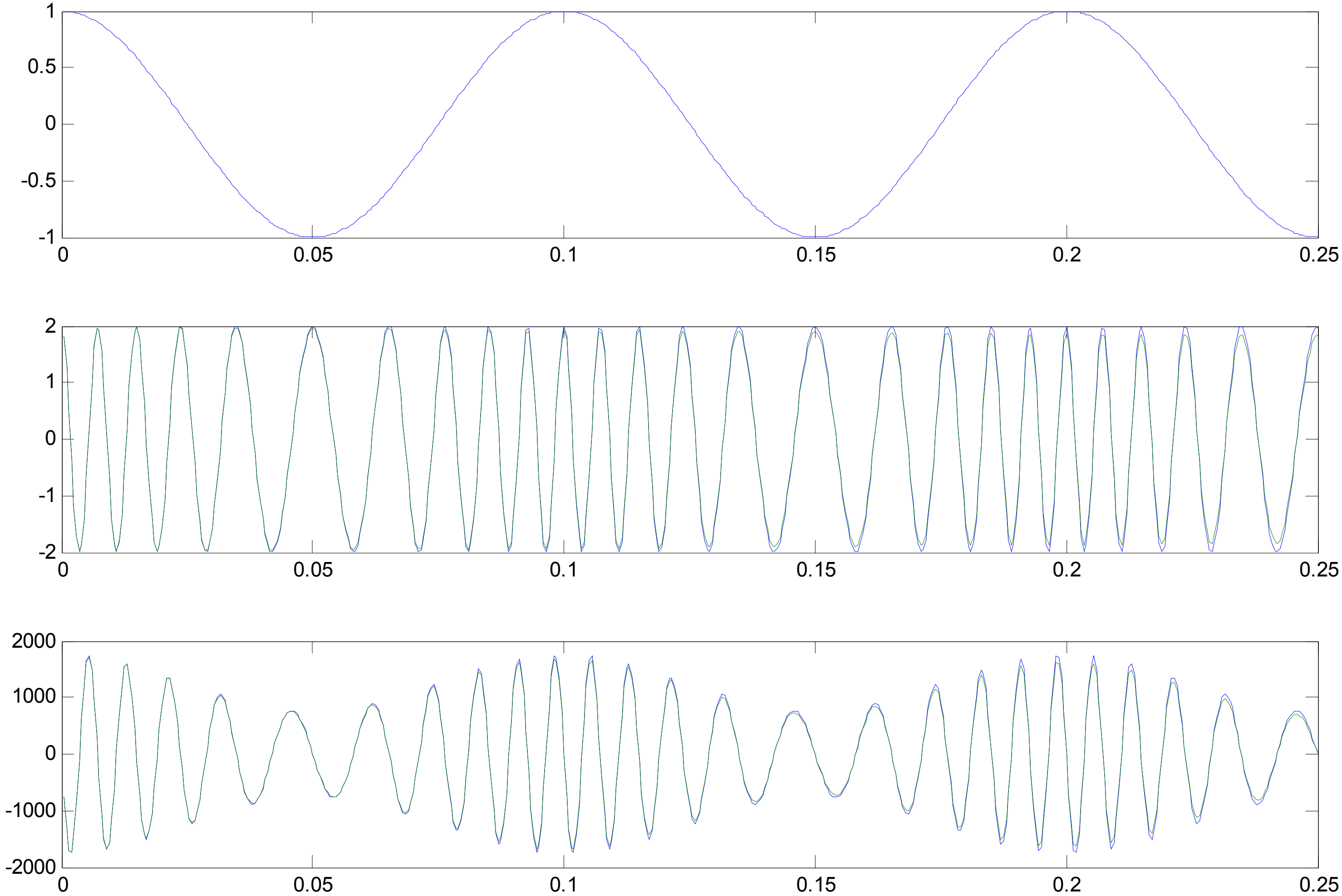
- La puissance du signal reçu est $A^2/2$.
- La puissance du signal reçu dépend de la distance entre le transmetteur et le récepteur.
- La puissance peut aussi varier dû aux conditions entre le transmetteur et le récepteur (pluie, neige etc).
- Cette variation en puissance cause des fluctuations d’amplitude du signal reçu.
- $r(t) = A(t)\cos(\theta_i(t))$.

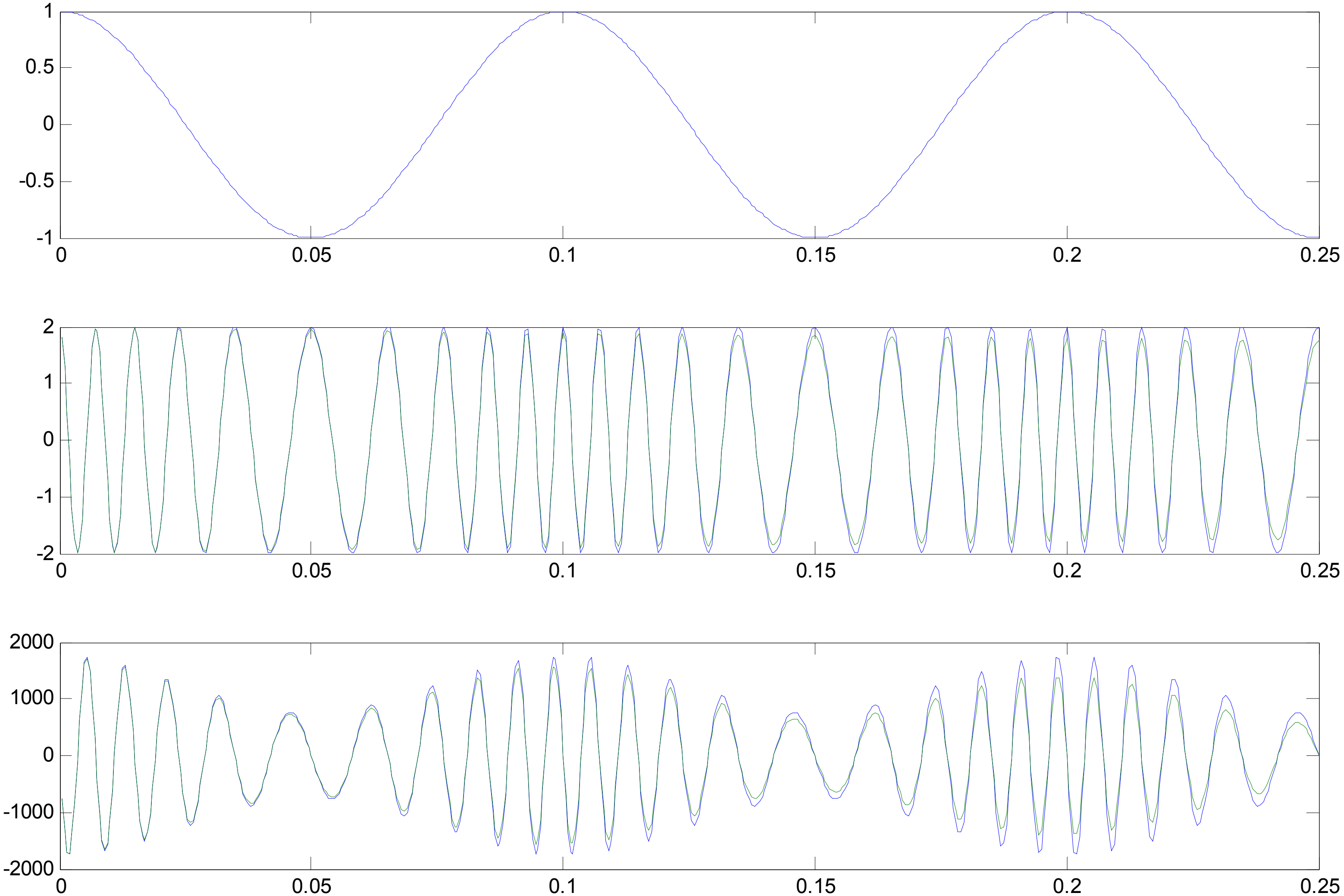
Dérivateur + détecteur d'enveloppe quand l'amplitude varie

$$
\begin{aligned}
x(t) &= \frac{dr(t)}{dt} \\
&= \frac{d}{dt}\big(A(t)\cos(\theta_i(t))\big) \\
&= -\frac{d\theta_i(t)}{dt}A(t)\sin(\theta_i(t)) + \frac{dA(t)}{dt}\cos(\theta_i(t)) \\
&= 2\pi A(t) f_i(t)\sin\left(2\pi f_c t + 2\pi k_f \int m(t)dt + \pi\right) \\
&= 2\pi A(t)\left(f_c + k_f m(t)\right)\sin\left(2\pi f_c t + 2\pi k_f \int m(t)dt + \pi\right) + \frac{dA(t)}{dt}\cos\left(2\pi f_c t + 2\pi k_f \int m(t)dt\right)
\end{aligned}
$$

Exemple

- Exemple 1
- $m(t) = \cos 2\pi 10t$, $f_c = 100$, $A(t) = 2e^{-t/3}$, $k_f = 40$ Hz/V.
- $s_{FM}(t) = 2\cos(2\pi 200t + 4\sin 2\pi 10t)$
- $x(t) = 4\pi e^{-t/3}(100 + 40\cos 2\pi 10t)\sin(2\pi 100t + 4\sin 2\pi 10t + \pi) - (2/3)e^{-t/3}\cos(2\pi 200t + 4\sin 2\pi 10t)$
- Exemple 2
- $m(t) = \cos 2\pi 10t$, $f_c = 100$, $A(t) = 2(1-t)$, $k_f = 40$ Hz/V.
- $s_{FM}(t) = 2\cos(2\pi 200t + 4\sin 2\pi 10t)$
- $x(t) = 4\pi(1-t)(100 + 40\cos 2\pi 10t)\sin(2\pi 100t + 4\sin 2\pi 10t + \pi) - 2t\cos(2\pi 200t + 4\sin 2\pi 10t)$


1
0.5
0
-0.5
-1
0
0.05
0.1
0.15
0.2
0.25
2
1
0
-1
-2
2000
1000
0
-1000
-2000


1
0.5
0
-0.5
-1
0
0.05
0.1
0.15
0.2
0.25
2
1
0
-1
-2
0
0.05
0.1
0.15
0.2
0.25
2000
1000
0
-1000
-2000
0
0.05
0.1
0.15
0.2
0.25

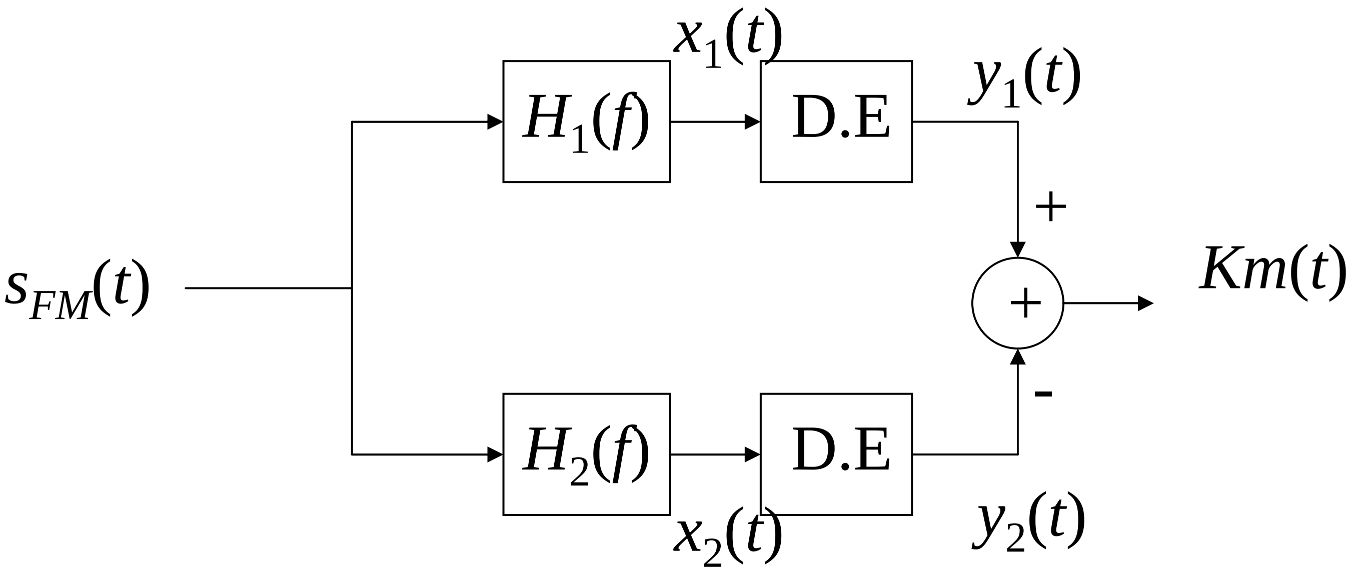
Conclusion

- Quand l’amplitude du signal reçu varie, la sortie du détecteur d’enveloppe aura de la distorsion.
- Solution: 1) Limiteur passe bande, 2) détection qui n’utilise pas la dérivation du signal reçu.

- Dérivateur n’est pas pratique parce que la fréquence porteuse est trop élevée.
- Solution: Discriminateur de fréquence.

Discriminateur de fréquence

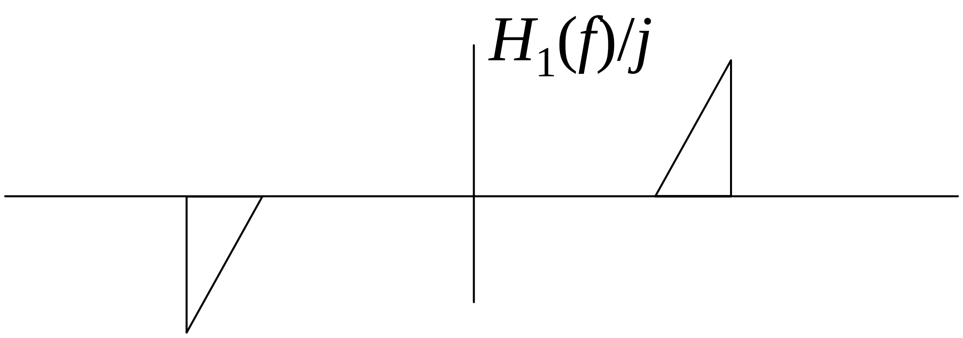
- Semblable à la dérivation.
- L'amplitude du signal à l'entrée du détecteur d'enveloppe n'est pas trop élevée.

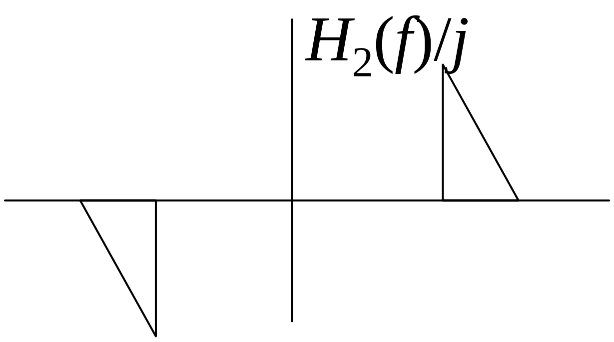


$H_1(f)$ et $H_2(f)$

$$H_1(f) = \begin{cases} j2\pi a(f - f_c + \frac{B}{2}), & f_c - \frac{B}{2} < f < f_c + \frac{B}{2} \\ j2\pi a(f + f_c - \frac{B}{2}), & -f_c - \frac{B}{2} < f < -f_c + \frac{B}{2} \\ 0, & \text{autrement} \end{cases}$$

$$H_2(f) = \begin{cases} j2\pi a(f - f_c - \frac{B}{2}), & f_c - \frac{B}{2} < f < f_c + \frac{B}{2} \\ j2\pi a(f + f_c + \frac{B}{2}), & -f_c - \frac{B}{2} < f < -f_c + \frac{B}{2} \\ 0, & \text{autrement} \end{cases}$$





$S_{FM}(f)H_1(f)$ et son enveloppe complexe

- $X_1(f) = S_{FM}(f)H_1(f) = (1/2)S_+(f)j2\pi a(f-f_c+B/2) + (1/2)S_-(f)j2\pi a(f+f_c-B/2)$
- La transformée de Fourier de l'enveloppe complexe de $x_1(t)$ est:

$$\begin{aligned}
\tilde{X}_1(f) &= S_+(f+f_c)\,j2\pi a(f+\tfrac{B}{2}) \\
&= \tilde{S}_{FM}(f)\,j2\pi a(f+\tfrac{B}{2}) \\
&= aj2\pi f\tilde{S}_{FM}(f) + aj2\pi\tfrac{B}{2}\tilde{S}_{FM}(f) \\
\tilde{x}_1(t) &= a\left(\frac{d\tilde{s}_{FM}(t)}{dt} + j\pi B\tilde{s}_{FM}(t)\right)
\end{aligned}$$

similairement $\tilde{x}_2(t) = a\left(\frac{d\tilde{s}_{FM}(t)}{dt} + j\pi B\tilde{s}_{FM}(t)\right)$

$$s_+(t) = A_c e^{j\theta_i(t)} = A_c e^{j(2\pi f_c t + 2\pi k_f \int m(t)dt)}$$

$$\tilde{s}_{FM}(t) = A_c e^{j2\pi k_f \int m(t)dt}$$

$$\frac{d\tilde{s}_{FM}(t)}{dt} = j2\pi k_f A_c m(t) e^{j2\pi k_f \int m(t)dt}$$

$$\tilde{x}_1(t) = aj\pi A_c B\left[1 + \frac{2k_f m(t)}{B}\right] e^{j2\pi k_f \int m(t)dt}$$

$$\tilde{x}_2(t) = aj\pi A_c B\left[1 - \frac{2k_f m(t)}{B}\right] e^{j2\pi k_f \int m(t)dt}$$

$$x_1(t) = \pi A_c Ba\left[1 + \frac{2k_f m(t)}{B}\right]\cos\left(2\pi f_c t + 2\pi k_f \int m(t)dt + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$x_2(t) = \pi A_c Ba\left[1 - \frac{2k_f m(t)}{B}\right]\cos\left(2\pi f_c t + 2\pi k_f \int m(t)dt + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$y_1(t) - y_2(t) = 4\pi A_c a k_f m(t) = Km(t)$$