



ELG 4571
Systèmes de télécommunications
J.-Y. Chouinard



GEF 411A
Théorie de Communication
M. Hefnawi



GELE 4521
Télécommunications
Y. Bouslimani

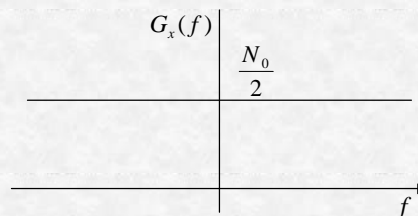
AM /FM en présence de bruit

Bruit blanc

Définition

Un processus aléatoire $x(t)$ est dit "bruit blanc" si sa densité spectrale de puissance est constante pour toutes les fréquences:

$$G_x(f) = \frac{N_0}{2}$$



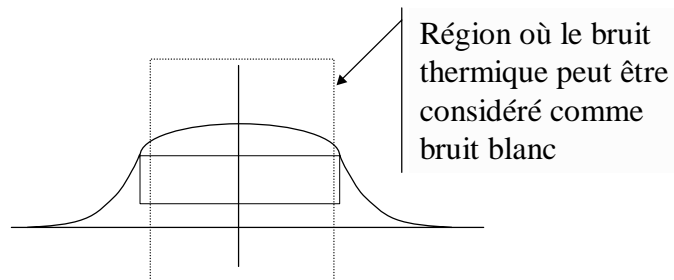
Bruit blanc

Exemple: Bruit thermique

Le bruit thermique est produit par les mouvements aléatoires des électrons dans un médium. L'intensité de ces mouvements augmente avec la température. La DSP d'un tel processus est de la forme:

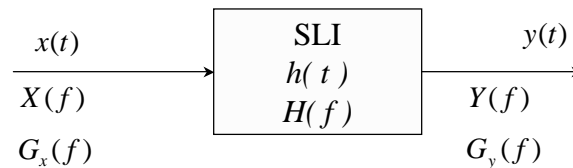
$$G(f) = \frac{A|f|}{e^{B|f|} - 1}$$

- A et B sont des constantes qui dépendent de la température et d'autres constantes physiques



M. Hefnawi GEF 411A Théorie de Communication / Y. Bouslimani GELE4521 Télécommunications / J.-Y. Chouinard ELG-4571 Systèmes de télécommunications

Relation entrée-sortie

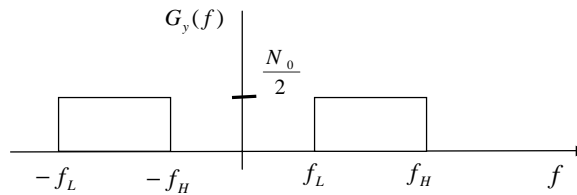
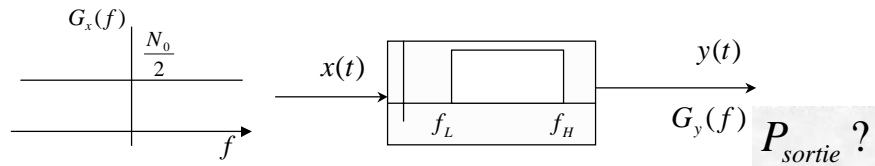


$$\begin{aligned} \ast y(t) &= h(t) \ast x(t) \\ \ast Y(f) &= H(f)X(f) \\ \ast G_y(f) &= |H(f)|^2 G_x(f) \end{aligned}$$

M. Hefnawi GEF 411A Théorie de Communication / Y. Bouslimani GELE4521 Télécommunications / J.-Y. Chouinard ELG-4571 Systèmes de télécommunications

Bruit blanc : Relation entrée-sortie

Exemple



$$P_{\text{sortie}} = \int_{-\infty}^{\infty} G_x(f) |H(f)|^2 df = 2 \int_{f_L}^{f_H} \frac{N_0}{2} df = N(f_H - f_L)$$

M. Hefnawi GEF 411A Théorie de Communication / Y. Bouslimani GELE4521 Télécommunications / J.-Y. Chouinard ELG-4571 Systèmes de télécommunications

Processus à bande passante limitée

- Tous les signaux réels à bande limitée peuvent être représenté par:

$$\begin{cases} v(t) = \Re \{ g(t) e^{j\omega_c t} \} \\ v(t) = x(t) \cos \omega_c t - y(t) \sin \omega_c t \\ v(t) = R(t) \cos(\omega_c t + \theta(t)) \end{cases}$$

$g(t)$: enveloppe complexe

$$g(t) = |g(t)| e^{j\angle g(t)} = R(t) e^{j\theta(t)} = x(t) + jy(t)$$

$R(t)$: enveloppe réelle

$$R(t) = |g(t)| = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)}$$

$\theta(t)$: la phase

$$\theta(t) = \angle g(t) = \tan^{-1} \left[\frac{y(t)}{x(t)} \right]$$

$x(t)$: la composante en phase

$$x(t) = R(t) \cos \theta(t)$$

$y(t)$: la composante en quadrature

$$y(t) = R(t) \sin \theta(t)$$

M. Hefnawi GEF 411A Théorie de Communication / Y. Bouslimani GELE4521 Télécommunications / J.-Y. Chouinard ELG-4571 Systèmes de télécommunications

Processus à bande passante limitée

Quelques propriétés des processus à bande passante limitée

$$G_v(f) = \frac{1}{4} [G_g(f - f_c) + G_g(-f - f_c)]$$

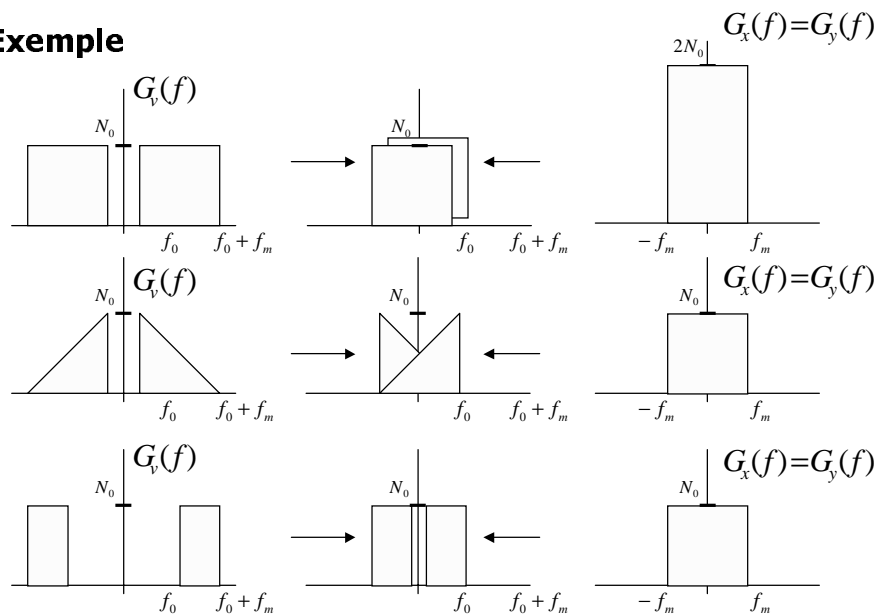
$$\overline{v^2} = \frac{1}{2} \int |g(t)|^2 dt$$

$$G_x(f) = G_y(f) = \begin{cases} G_v(f - f_c) + G_v(f + f_c), & |f| < B_0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

M. Hefnawi GEF 411A Théorie de Communication / Y. Bouslimani GELE4521 Télécommunications / J.-Y. Chouinard ELG-4571 Systèmes de télécommunications

Processus à bande passante limitée

Exemple



M. Hefnawi GEF 411A Théorie de Communication / Y. Bouslimani GELE4521 Télécommunications / J.-Y. Chouinard ELG-4571 Systèmes de télécommunications

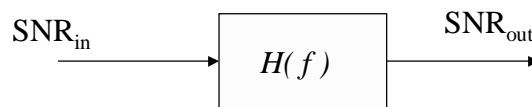
Rapport signal-sur-bruit (SNR)

- ★ On définit le rapport signal-sur-bruit par:

$$SNR = \frac{P_s \text{ (puissance du signal)}}{P_n \text{ (puissance du bruit)}}$$

- ★ On définit le facteur d'amélioration du système en SNR par:

$$\Delta SNR = \frac{SNR_{out}}{SNR_{in}}$$



- ★ Généralement on exprime le facteur d'amélioration en décibels

$$\Delta SNR_{dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{SNR_{out}}{SNR_{in}} \right) = SNR_{out}|_{dB} - SNR_{in}|_{dB}$$

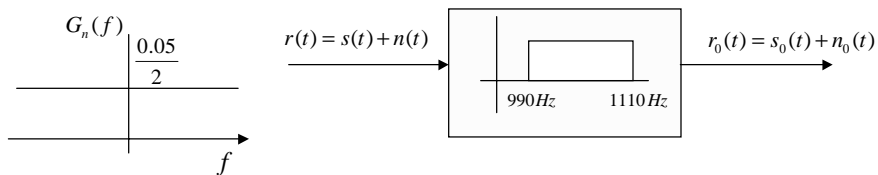
M. Hefnawi GEF 411A Théorie de Communication /Y. Bouslimani GELE4521 Télécommunications/J.-Y. Chouinard ELG-4571 Systèmes de télécommunications

Rapport signal-sur-bruit (SNR)

Exemple

$$s(t) = 5 \cos 2\pi \times 1000t + 10 \cos 2\pi \times 1100t$$

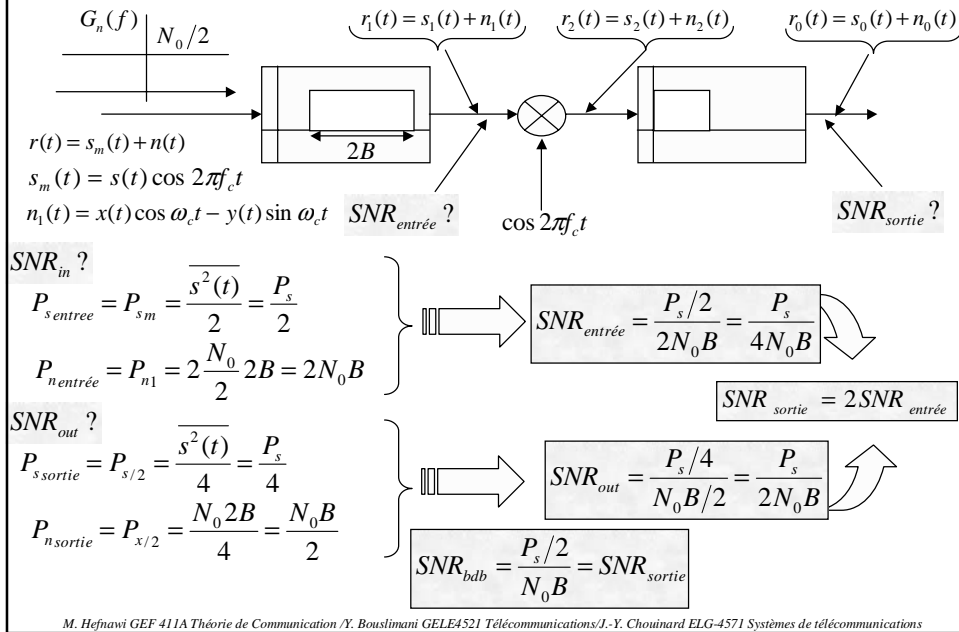
$SNR_{sortie} ?$



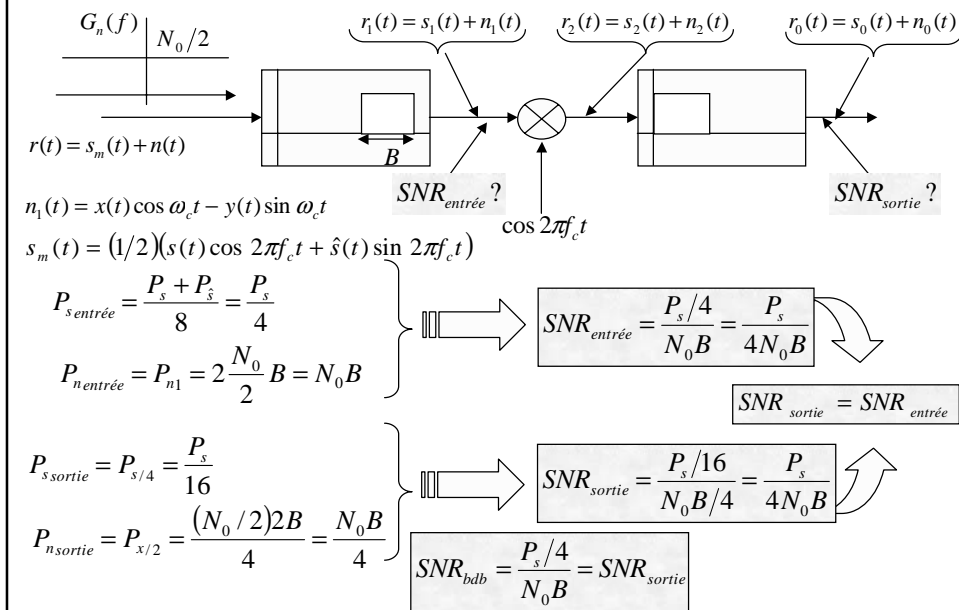
$$\left. \begin{aligned} P_{s_0} &= \frac{25}{2} + \frac{100}{2} = 62.5 \text{ watts} \\ P_{n_0} &= 2 \int_{990}^{1110} G_n(f) df = 6 \text{ watts} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} SNR_{sortie} &= 62.5 / 6 = 10.4 \\ SNR_{sortie}|_{dB} &= 10.17 \text{ dB} \end{aligned} \right.$$

M. Hefnawi GEF 411A Théorie de Communication /Y. Bouslimani GELE4521 Télécommunications/J.-Y. Chouinard ELG-4571 Systèmes de télécommunications

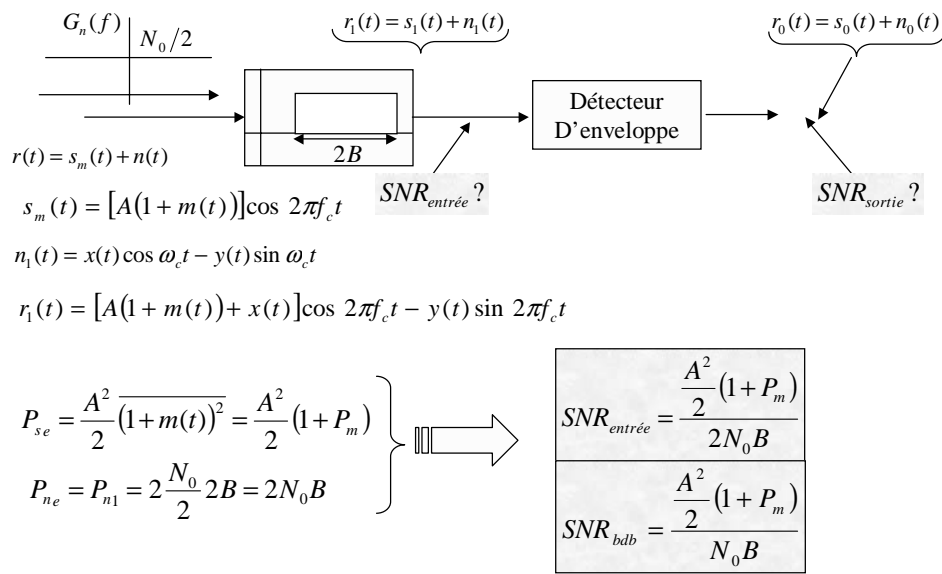
Performances des systèmes DSB-SC



Performances des systèmes SSB-SC



Performances des systèmes DSB-LC



M. Hefnawi GEF 411A Théorie de Communication /Y. Bouslimani GELE4521 Télécommunications/J.-Y. Chouinard ELG-4571 Systèmes de télécommunications

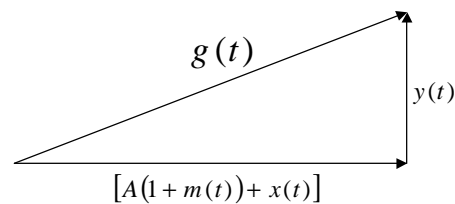
Performances des systèmes DSB-LC

$$r_1(t) = [A(1 + m(t)) + x(t)] \cos 2\pi f_c t - y(t) \sin 2\pi f_c t$$

$$r_1(t) = R(t) \cos [2\pi f_c t + \theta(t)]$$

$$R(t) = \sqrt{[A(1 + m(t)) + x(t)]^2 + [y(t)]^2}$$

$$\theta(t) = -\tan^{-1} \left(\frac{y(t)}{A(1 + m(t)) + x(t)} \right)$$



Cas $SNR_m \gg 1$

$$SNR_{entrée} \gg 1 \rightarrow R(t) = A(1 + m(t)) + x(t)$$

$$P_{s_o} = A^2 P_m$$

$$P_{n_o} = P_x = N_0 2B$$

$$SNR_{sortie} = \frac{A^2 P_m}{2N_0B} = \frac{2P_m}{1+P_m} SNR_{entrée} = \frac{P_m}{1+P_m} SNR_{bdb}$$

M. Hefnawi GEF 411A Théorie de Communication /Y. Bouslimani GELE4521 Télécommunications/J.-Y. Chouinard ELG-4571 Systèmes de télécommunications

Performances des systèmes DSB-LC

Cas $SNR_{in} \ll 1$

$$r(t) = s_m(t) + n(t)$$

$$s_m(t) = [A(1 + m(t))] \cos 2\pi f_c t$$

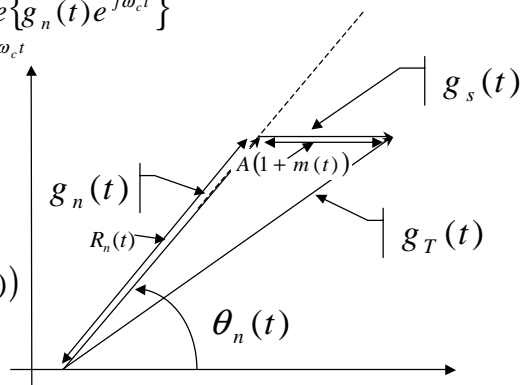
$$\begin{aligned} r(t) &= \Re \{ g_s(t) e^{j\omega_c t} \} + \Re \{ g_n(t) e^{j\omega_c t} \} \\ &= \Re \{ [g_s(t) + g_n(t)] e^{j\omega_c t} \} \\ &= \Re \{ g_T(t) e^{j\omega_c t} \} \end{aligned}$$

$$g_T(t) = g_s(t) + g_n(t)$$

$$g_T(t) = R_T(t) e^{j\theta_T(t)}$$

$$g_s(t) = R_s(t) e^{j\theta_s(t)} = A(1 + m(t))$$

$$g_n(t) = R_n(t) e^{j\theta_n(t)}$$



$$SNR_{in} \ll 1 \rightarrow R(t) = [A(1 + m(t))] \cos \theta_n(t) + \sqrt{x^2(t) + y^2(t)}$$

M. Hefnawi GEF 411A Théorie de Communication / Y. Bouslimani GELE4521 Télécommunications / J.-Y. Chouinard ELG-4571 Systèmes de télécommunications

Performances des systèmes DSB-LC

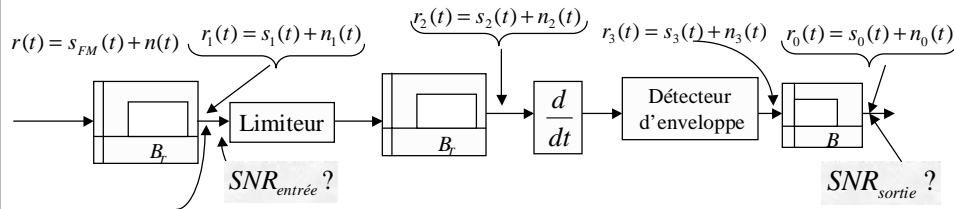
$$SNR_{in} \ll 1 \rightarrow R(t) = [A(1 + m(t))] \cos \theta_n(t) + \sqrt{x^2(t) + y^2(t)}$$

- Lorsque le rapport $SNR_{in} \gg 1$ l'enveloppe récupérée est proportionnelle au signal.
- Lorsque le rapport $SNR_{in} \ll 1$ l'enveloppe est constituée d'un bruit ayant une distribution de Rayleigh et du signal multiplié par le processus aléatoire $\cos [\theta_n(t)]$.
- Il a été montré par Schwartz et Bennett en 1966 que lorsque le $SNR_{in} < 1$ il existe un seuil au delà duquel le rapport SNR_{out} décroît plus rapidement et est proportionnel au carré du SNR_{in} :

$$SNR_{out} = \frac{P_s}{1.1} (SNR_{in})^2$$

M. Hefnawi GEF 411A Théorie de Communication / Y. Bouslimani GELE4521 Télécommunications / J.-Y. Chouinard ELG-4571 Systèmes de télécommunications

Performances des systèmes FM



$$n_1(t) = x(t) \cos \omega_c t - y(t) \sin \omega_c t$$

$$s_{FM}(t) = A \cos [\omega_c t + D_f g(t)]$$

$$g(t) = \int_0^t s(\tau) d\tau$$

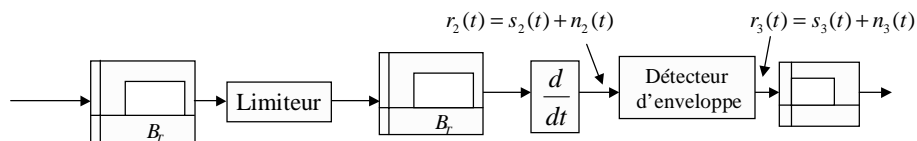
$$P_{s_{entrée}} = \frac{A^2}{2}$$

$$P_{n_{entrée}} = P_{n_1} = 2 \frac{N_0}{2} B_T = N_0 B_T$$

$$SNR_{entrée} = \frac{A^2/2}{N_0 B_T} = \frac{A^2}{2 N_0 B_T}$$

M. Hefnawi GEF 411A Théorie de Communication / Y. Bouslimani GELE4521 Télécommunications / J.-Y. Chouinard ELG-4571 Systèmes de télécommunications

Performances des systèmes FM



$$s_{FM}(t) = A \cos [\omega_c t + D_f g(t)]$$

$$s_3(t) = \alpha_L \omega_c + \alpha_L D_f s(t)$$

$$P_{s_3} = (\alpha_L D_f)^2 P_s$$

$$n_1(t) = [A + x(t)] \cos \omega_c t - y(t) \sin \omega_c t = B(t) \cos [\omega_c t + \theta(t)]$$

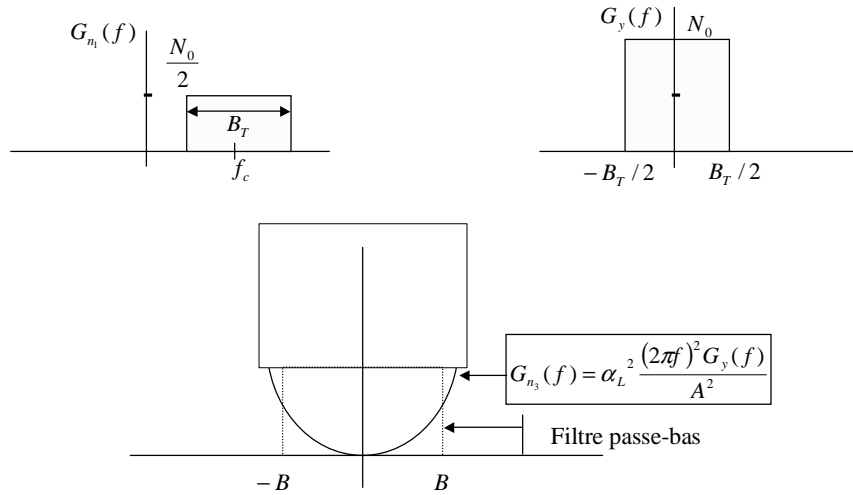
$$n_2(t) = \alpha_L \cos [\omega_c t + \theta(t)]$$

$$\theta(t) = \tan^{-1} \left(\frac{y(t)}{A + x(t)} \right) \xrightarrow{SNR_{in} \gg 1} \theta(t) = \frac{y(t)}{A}$$

$$n_3(t) = \alpha_L \left(\omega_c + \frac{d\theta(t)}{dt} \right) = \alpha_L \omega_c + \alpha_L \frac{dy/dt}{A} \xrightarrow{} G_{n_3}(f) = \alpha_L^2 \frac{(2\pi f)^2 G_y(f)}{A^2}$$

M. Hefnawi GEF 411A Théorie de Communication / Y. Bouslimani GELE4521 Télécommunications / J.-Y. Chouinard ELG-4571 Systèmes de télécommunications

Performances des systèmes FM



M. Hefnawi GEF 411A Théorie de Communication / Y. Bouslimani GELE4521 Télécommunications / J.-Y. Chouinard ELG-4571 Systèmes de télécommunications

Performances des systèmes FM

$$P_{n_3} = 2 \int_0^B \alpha_L^2 \frac{(2\pi f)^2 N_0}{A^2} df = \frac{\alpha_L^2 8\pi^2 N_0}{A^2} \left[\frac{f^3}{3} \right]_0^B$$

$$P_{n_3} = \frac{\alpha_L^2 8\pi^2 N_0 B^3}{3A^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} P_{n_3} = 2 \int_0^B \alpha_L^2 \frac{(2\pi f)^2 N_0}{A^2} df = \frac{\alpha_L^2 8\pi^2 N_0}{A^2} \left[\frac{f^3}{3} \right]_0^B \\ P_{n_3} = \frac{\alpha_L^2 8\pi^2 N_0 B^3}{3A^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{SNR_{\text{sortie}} = \frac{3A^2 D_f^2 P_s}{2 \times 4\pi^2 N_0 B^3}}$$

Cas particulier : $s(t) = a \cos 2\pi f_m t \rightarrow P_s = a^2/2$ et $\beta = aD_f/2\pi B$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{NBFM} \rightarrow B_T = 2B \\ SNR_{\text{entrée}} = \frac{A^2/2}{N_0 B_T} = \frac{A^2}{4N_0 B} \end{array} \right\} \Rightarrow SNR_{\text{sortie}} = 3\beta^2 SNR_{\text{entrée}} = \frac{3}{2} \beta^2 SNR_{\text{bdb}}$$

$$SNR_{\text{bdb}} = \frac{A^2/2}{N_0 B} = \frac{2N_0 B}{A^2}$$

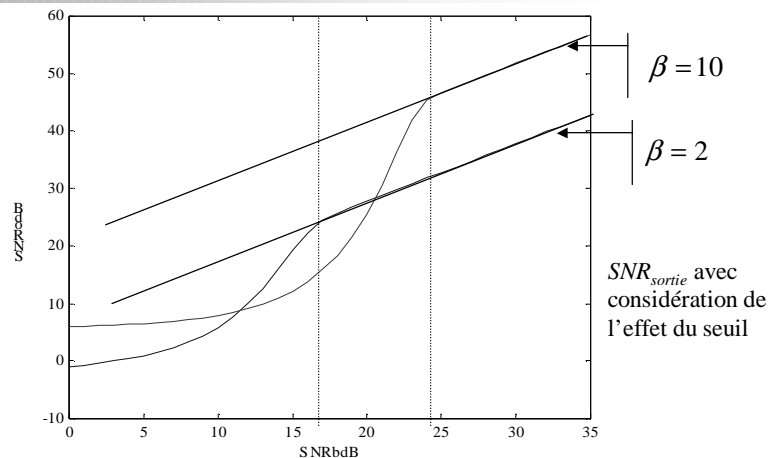
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{WBFM} \rightarrow B_T = 2\beta f_m \\ SNR_{\text{entrée}} = \frac{A^2/2}{N_0 B_T} = \frac{A^2}{4\beta N_0 B} \end{array} \right\} \Rightarrow SNR_{\text{sortie}} = 3\beta^3 SNR_{\text{entrée}} = \frac{3}{2} \beta^2 SNR_{\text{bdb}}$$

M. Hefnawi GEF 411A Théorie de Communication / Y. Bouslimani GELE4521 Télécommunications / J.-Y. Chouinard ELG-4571 Systèmes de télécommunications

Performances des systèmes FM

$$SNR_{\text{sortie}} = \frac{\frac{3}{2} \beta^2 SNR_{\text{bdb}}}{1 + \left(\frac{12}{\pi} \beta\right) SNR_{\text{bdb}} \exp\left(-\frac{1}{2(\beta+1)} SNR_{\text{bdb}}\right)}$$

Taub & Schilling
1986

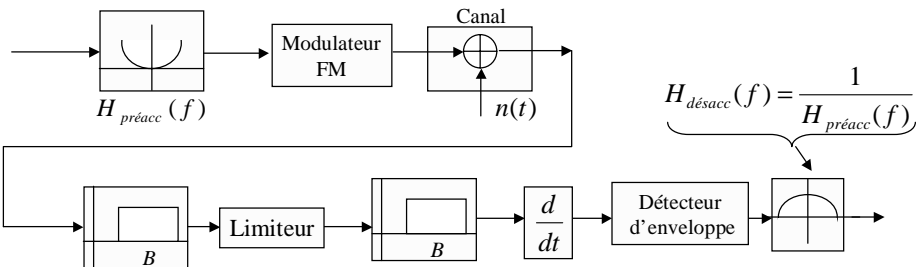


M. Hefnawi GEF 411A Théorie de Communication / Y. Bouslimani GELE4521 Télécommunications / J.-Y. Chouinard ELG-4571 Systèmes de télécommunications

Performances des systèmes FM

Pré-accélération et désaccélération

- La densité spectrale de puissance du bruit à la sortie du démodulateur FM est de forme parabolique. Ceci veut dire que les composantes hautes fréquences du signal seront les plus affectées par le bruit.
- Pour remédier à ce problème, des filtres de pré-accélération et de désaccélération sont incorporés respectivement au niveau du système de transmission et du système de réception comme le montre la figure suivante:



M. Hefnawi GEF 411A Théorie de Communication / Y. Bouslimani GELE4521 Télécommunications / J.-Y. Chouinard ELG-4571 Systèmes de télécommunications

Performances des systèmes FM

- Pour des raisons économiques, la radio FM commerciale utilise un filtre passe-bas RC comme filtre de désaccentuation. La désaccentuation est de $75\mu s$.

$$H_{désacc}(f) = \frac{1}{1 + j(f/f_1)} \quad f_1 = \frac{1}{2\pi(75 \times 10^{-6})} = 2.1 \text{ kHz}$$

- La puissance du bruit à la sortie du filtre de désaccentuation est modifiée comme suit:

$$P_{n_3} = 2 \int_0^B |H(f)|^2 G_{n_3}(f) df = 2 \int_0^B \alpha_L^2 \frac{(2\pi)^2 N_0}{A^2} \left(\frac{f^2}{1 + (f/f_1)^2} \right) df$$

$$P_{n_3} = 2 \int_0^B \frac{K^2 N_0}{A^2} \left(\frac{f^2}{1 + (f/f_1)^2} \right) df \quad ; \quad K = \alpha_L 2\pi$$

$$P_{n_3} = 2 \left(\frac{K}{A} \right)^2 N_0 f_1^3 \left(\frac{B}{f_1} - \tan^{-1} \left(\frac{B}{f_1} \right) \right)$$

M. Hefnawi GEF 411A Théorie de Communication /Y. Bouslimani GELE4521 Télécommunications/J.-Y. Chouinard ELG-4571 Systèmes de télécommunications

Performances des systèmes FM

Dans des applications typiques on a:

$$(B/f_1) \gg 1 \implies \tan^{-1} \left(\frac{B}{f_1} \right) \approx \pi/2 \ll f_m/f_1 \implies P_{n_3} = 2 \left(\frac{K}{A} \right)^2 N_0 f_1^2 B$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{n_3} = 2 \left(\frac{K}{A} \right)^2 N_0 f_1^2 B \\ P_{s_3} = \left(\frac{K}{2\pi} D_f \right)^2 P_s \end{array} \right.$$

$$SNR_{out} |_{désacc} = \frac{\left(A \frac{D_f}{2\pi} \right)^2 P_s}{2 N_0 f_1^2 B}$$

M. Hefnawi GEF 411A Théorie de Communication /Y. Bouslimani GELE4521 Télécommunications/J.-Y. Chouinard ELG-4571 Systèmes de télécommunications

Performances des systèmes FM

$$\left\{ \begin{array}{l} SNR_{out} |_{désacc} = \frac{\left(A \frac{D_f}{2\pi} \right)^2 P_s}{2 N_0 f_1^2 B} \\ SNR_{sortie} |_{sans\ désacc} = \frac{3 A^2 D_f^2 P_s}{2 \times 4\pi^2 N_0 B^3} \end{array} \right\}$$

$$\frac{SNR_{out} |_{désacc}}{SNR_{out} |_{sans\ désacc}} = \frac{1}{3} \left(\frac{B}{f_1} \right)^2$$

Application numérique: $f_m = 15 \text{ kHz}$; $f_1 = 2.1 \text{ kHz}$

$$\frac{SNR_{out} |_{désacc}}{SNR_{out} |_{sans\ désacc}} = \frac{1}{3} \left(\frac{15}{2.1} \right)^2 = 17.0068 = 12.3062 \text{ dB}$$