

CSI2510

Examen de pratique

mi-session

Dans toutes les questions où la notation grand 'O' est demandée, donner la meilleure valeur possible.

Question 1 Quelle est la complexité de l'algorithme suivant (en notation grand O) si vous comptez le nombre de sommes?

Algorithm Hello(A).

Let A be an array of size n .

for $i \leftarrow 0$ to n do

 for $j \leftarrow 0$ to $\lfloor i/2 \rfloor$ do

$A[i] \leftarrow A[i] + A[j]$

- a) $O(\log n)$ b) $O(n)$ c) $O(n \log n)$ d) $O(n^2)$

Question 2 Remplir les espaces ci-dessous

- $(\sum_{i=0}^{\log n} i) + n^2$ is $O(\quad)$
- $10n \log n + n + 32n^2$ is $O(\quad)$
- $\sum_{i=0}^{\log n} 2^i$ is $O(\quad)$

Question 3 Considérer l'algorithme suivant P. Donner en notation grand O, le nombre de sommes effectués par P en fonction de n

Algorithm P(A).

Let A be an array of size n .

$sum = 0$

for ($j = 1; j \leq n; j \times 2$)

 for($i = 1; i \leq j; i = i+1$)

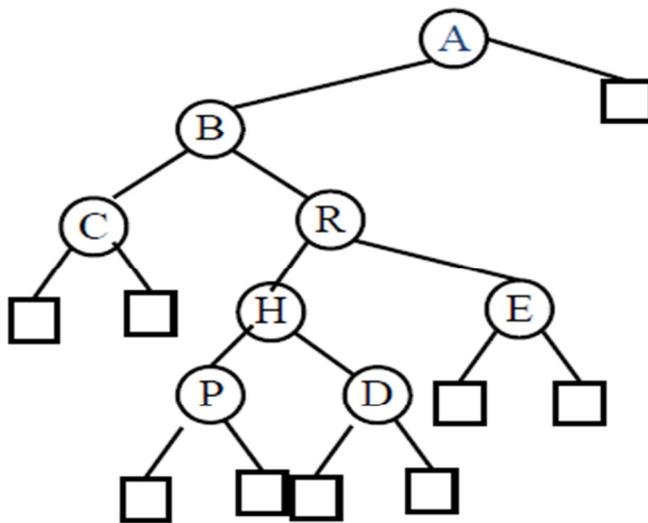
$sum = sum + A[i]$

Question 4 Considérer une pile implémentée avec un tableau évolutif basé sur la stratégie de croissance suivante : quand un tableau de taille k est plein, un nouveau tableau de taille $k + \lfloor \frac{k}{2} \rfloor$ est créé. Assumer les coûts suivants: le coût de création d'un tableau est C où C est la longueur du tableau, le coût de la copie d'un seul élément est 1, et le coût de l'opération PUSH d'un seul élément est 1.

Considérer un tableau d'une taille 16 initialement vide. Donner les réponses exactes (non pas en notation grand O).

- Quel est le coût de la 37ième opération PUSH?
- Quel est le coût total de la 2ième opération PUSH jusqu'à la 37ième?

Question 5 Déterminer La traversée pré-ordre et post-ordre de l'arbre binaire T présenté ci-dessous



Pre-Ordre:

Post-Ordre:

Question 6

Donnez un avantage d'une liste simplement chaînée, par rapport à un tableau:

Donnez un avantage d'un tableau, par rapport à une liste simplement chaînée:

Question 7 T est un arbre binaire parfait avec 127 nœuds. Combien de nœuds externes (c'est-à-dire de feuilles) T possède-t-il?

Question 8 Considérer un TAD séquence implémenté avec un tableau et avec une liste doublement chaînée. Remplissez le tableau ci-dessous avec les pires des cas de complexité des méthodes correspondantes:

Method	Array	Doubly linked list
elemAtRank(r)		
insertAtRank(r,item)		

Question 9 Considérer la séquence suivante initialement contenue dans un tableau A qui commence par l'indice 1 : {8, 12, 7, 14, 3, 16} (avec 8 étant à l'indice 1, 12 à l'indice 2, 7 à l'indice 3 etc..) Effectuer une construction ascendante du Monceau (Max-Heap bottom-up) de A et montrer l'état du réseau une fois que le tas est construit.

index	1	2	3	4	5	6
value						

Question 8 Les nombres suivant sont les clés contenues dans un arbre binaire complet implémenté avec un tableau.

[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]

Est-ce que cet arbre est un monceau? OUI/NON

Est-ce que cet arbre est un arbre binaire de recherche? OUI/NON

Question 10 Vous voulez prouver que la hauteur h de l'arbre binaire parfait de recherche est O (log n). Remplissez les blancs pour compléter l'argument.

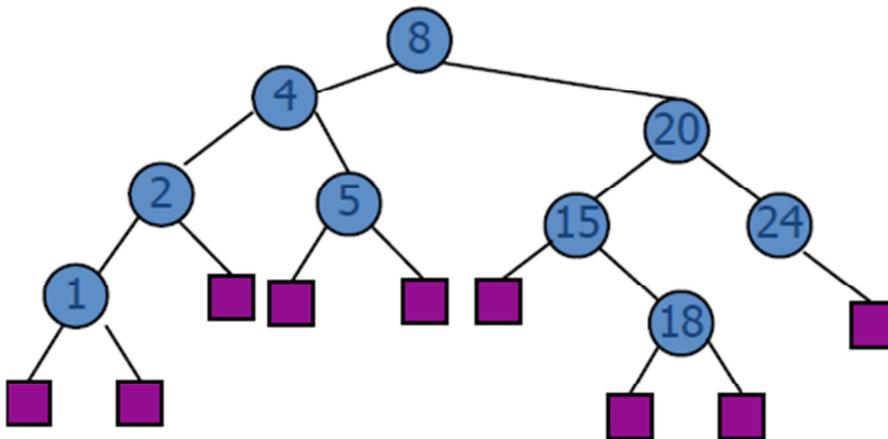
Dans un arbre binaire parfait, au niveau i il existe nœuds.

Donc, le nombre total de nœuds dans l'arbre est égale à $\sum_0^h =$

Ce qui signifie que $n =$

Et par conséquent, $h =$

Question 11 Insérer la clé 8 dans l'arbre binaire de recherche suivant.



Question 12 Quelle est la complexité de la fonction *FindKey* (k) dans le pire des cas en fonction de n (n est la taille de la structure) dans:

- Un Monceau
- Un arbre binaire de recherche

Quelle est la complexité de la fonction *FindMin*() dans le pire des cas dans :

- Un monceau-Max
- Un monceau-Min
- Un arbre binaire de recherche

Question 13 Considérons un monceau-Min enregistré dans un tableau. Vous voulez le transformer en monceau-Max dans un temps $O(n)$. Indiquer lesquelles parmi les affirmations suivantes est vraie.

- Effectuer un tri par monceau pour trier le monceau-Max dans l'ordre croissant Vrai Faux
- Effectuer une construction ascendant du Monceau (bottom-up) : Vrai Faux
- Substituer la première moitié du tableau avec la deuxième moitié : Vrai Faux

- Créer un nouveau tableau avec des clés correspondant à la traversée en in-ordre de l'arbre monceau : Vrai Faux

Question 14 On vous donne un arbre binaire. Vous voulez vérifier si c'est un arbre binaire de recherche ou non. Lesquelles parmi les affirmations suivantes sont vraies.

- Pour chaque nœud x , vérifier si l'enfant à gauche de x est inférieur ou égal à x , et l'enfant à droite de x est supérieur ou égal à x : Vrai Faux
- Effectuer une traversée en in-ordre de l'arbre pour voir si les clés sont dans l'ordre croissant : Vrai Faux
- Effectuer une traversée en post-ordre de l'arbre pour voir si les clés sont dans l'ordre décroissants : Vrai Faux
- Vérifier que la différence de hauteur entre le sous-arbre droit et le sous-arbre gauche de chaque nœud est au plus 1 : Vrai Faux

Question 15 Quel est le nombre minimal des nœuds que peut avoir un arbre de recherche à 5 niveaux?

Question 16 [2 Points] Considérer l'arbre binaire de recherche ci-dessous. Vous voulez effectuer la fonction `removeKey(25)` en utilisant l'algorithme vu en classe. Dessiner l'arbre résultant

