

Lab 6 Matlab, ELG 3520, Automne 2005

Rappel:

Le premier rapport de laboratoire portant sur les Labs #2, #3, #4, #5 et #6 devra être rendu au plus tard le 9 novembre 2005, dans la boîte ? (ELG 3520) au 1^{er} étage de l'édifice SITE.

Vous devez remettre dans une enveloppe:

(a) Un rapport contenant les réponses aux différentes questions: code Matlab, les figures de résultats avec des commentaires, et (lorsque cela s'applique) une discussion comparant les résultats avec la théorie.

(b) Une disquette contenant tous les programmes

1) Calcul de séries de Fourier en temps discret

Pour calculer en Matlab les coefficients a_k de la série de Fourier en temps discret:

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-jk \frac{2\pi}{N} n},$$

la fonction " $a_k = \text{fft}(x) / N$ " peut être utilisée, où " x " est un vecteur contenant les valeurs de $x[n]$ sur une période $0 \leq n \leq N-1$. Le vecteur " a_k " contient les valeurs de a_k dans l'ordre suivant: $k = 0$ à $k = N-1$ (il faut donc réorganiser les valeurs si on désire avoir $-\frac{N}{2} \leq k \leq \frac{N}{2}-1$, ou encore utiliser la fonction "fftshift").

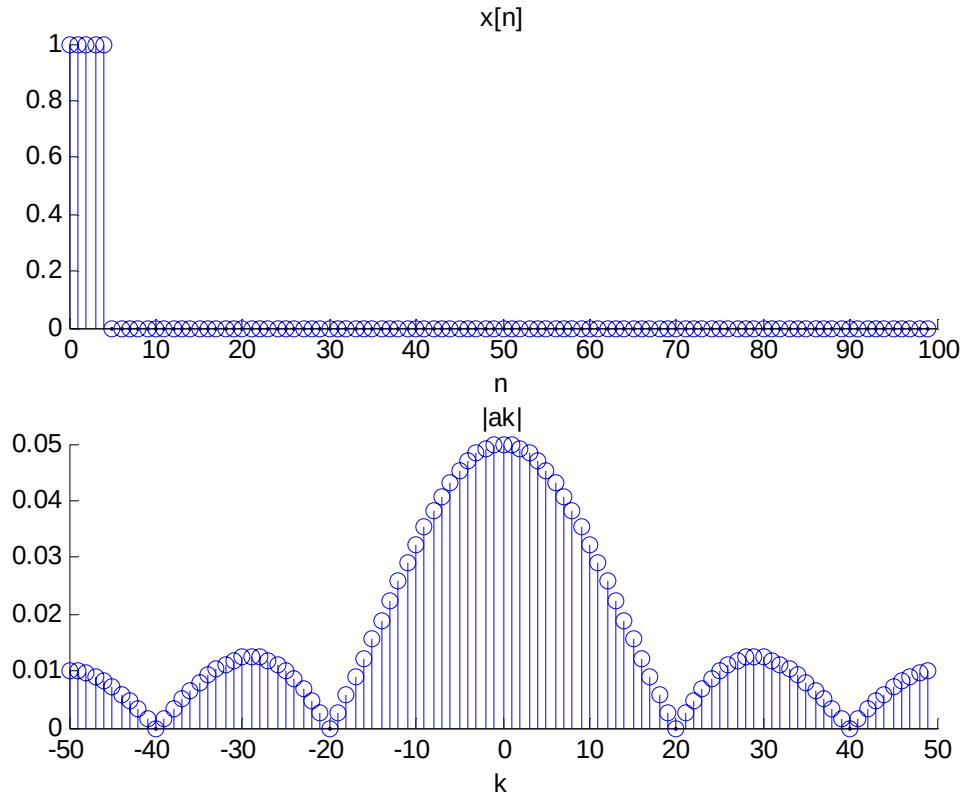
Soit le signal suivant, périodique de période $N = 100$, et défini sur une période par:

$$x[n] = \begin{cases} 1 & n = 0, 1, 2, 3, 4 \\ 0 & 5 \leq n \leq 99 \end{cases}.$$

Ce signal peut être généré en Matlab par le code suivant:

```
N=100;  
x=[ones(1,5),zeros(1,N-5)];
```

Écrivez un script Matlab qui affichera le signal $x[n]$, calculera les coefficients a_k de la série de Fourier en temps discret pour $x[n]$, et affichera les coefficients $|a_k|$. Le résultat devra ressembler à la figure suivante:



Vous devrez donc utiliser les fonctions "fft", "subplot", "stem", "title", "xlabel", et aussi réorganiser l'ordre des coefficients a_k pour qu'ils apparaissent tels que dans la figure.

À partir de la courbe de $|a_k|$, peut-on conclure que le contenu de $x[n]$ est surtout composé de "basses fréquences" ou de "hautes fréquences" ? Aussi, à partir de la courbe de $|a_k|$, est-ce qu'il y a une composante continue (DC) dans le signal $x[n]$?

2) Calcul de séries de Fourier en temps continu

Le calcul d'une série de Fourier en temps continu en Matlab n'est pas direct, parce que $x(t)$ est une fonction continue et qu'une fonction continue ne peut être parfaitement représentée numériquement dans un ordinateur. Mais la série de Fourier en temps continu peut tout de même être approximée par:

$$a_k = \frac{1}{T} \int_{t=0}^T x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt \approx \frac{1}{T} \sum_{l=0}^{N_t-1} x(l \cdot \Delta t) e^{-jk\omega_0 (l \cdot \Delta t)} \cdot \Delta t \quad \text{avec } \Delta t = \frac{T}{N_t} \text{ ou } N_t = \frac{T}{\Delta t}.$$

Ceci remplace donc l'intégrale par une sommation de "bandes", où l'amplitude de la fonction est constante dans une bande, le nombre de bandes sur une période est N_t , et la largeur de chaque bande est Δt . On peut ré-écrire ceci comme étant:

$$a_k \approx \frac{\Delta t}{T} \sum_{l=0}^{N_t-1} x(l \cdot \Delta t) e^{-jk\omega_0(l \cdot \Delta t)} = \frac{1}{N_t} \sum_{l=0}^{N_t-1} x(l \cdot \Delta t) e^{-jk\omega_0(l \cdot \Delta t)}$$

et on observe que ceci a la même forme qu'une série de Fourier en temps discret:

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-jk\omega_0 n} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-jk \frac{2\pi}{N} n}.$$

On peut donc conclure que la fonction " $a_k = \text{fft}(x) / N_t$ " en Matlab peut aussi être utilisée pour calculer la série de Fourier en temps continu d'un signal $x(t) \approx x(l \cdot \Delta t)$ (tout comme la fonction " $a_k = \text{fft}(x) / N$ " avait aussi été utilisée pour le calcul de la série de Fourier en temps discret). Dans ce cas le vecteur " a_k " contient les coefficients a_k dans l'ordre suivant: de $k = 0$ à $k = \frac{N_t}{2} - 1$, suivi de $k = -\frac{N_t}{2}$ jusqu'à $k = -1$ (il faut donc réorganiser les valeurs si on désire avoir $-\frac{N_t}{2} \leq k \leq \frac{N_t}{2} - 1$, ou encore utiliser la fonction "fftshift").

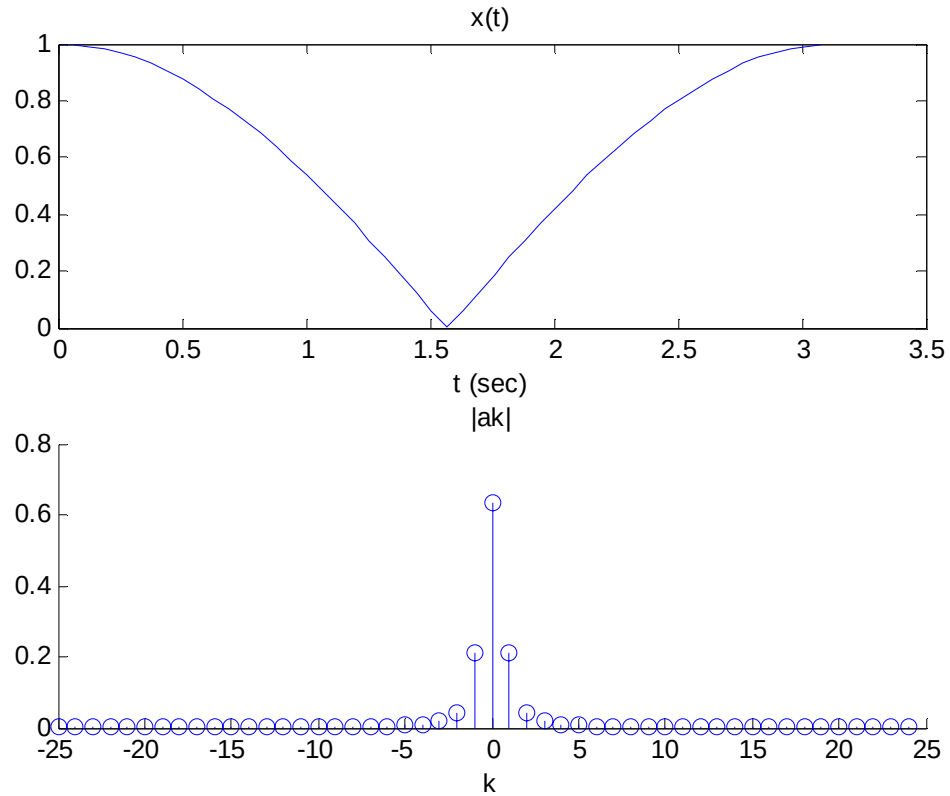
Soit le signal suivant, périodique de période $T = \pi$, et défini sur une période par:

$$x(t) = |\cos(t)| \quad 0 \leq t < T.$$

Ce signal peut être généré en Matlab par le code suivant:

```
T=pi;
Nt=50;
delta_t=T/Nt;
t=(0:1:Nt-1)*delta_t;
x=abs(cos(t));
```

Comme pour la question 1), écrivez un script Matlab qui affichera le signal $x(t)$, calculera N_t coefficients a_k de la série de Fourier en temps continu pour $x(t)$, et affichera les coefficients $|a_k|$. Le résultat devrait ressembler à la figure suivante.



Comme auparavant, vous devrez utiliser les fonctions "fft", "subplot", "stem", "plot", "title", "xlabel", et aussi réorganiser l'ordre des coefficients a_k pour qu'ils apparaissent tels que dans la figure.

À partir de la courbe de $|a_k|$, peut-on conclure que le contenu de $x(t)$ est surtout composé de "basses fréquences" ou de "hautes fréquences" ? Aussi, à partir de la courbe de $|a_k|$, est-ce qu'il y a une composante continue (DC) dans le signal $x(t)$?