

Devoir 3

(pour le quiz du 6 octobre)

- 1) Les variables aléatoires X et Y sont décrites par leur pdf à deux dimensions $f_{XY}(x,y)$ qui est donnée par :

$$f_{XY}(x, y) = (x + y), 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$$

En classe, nous avons vu que $f_X(x) = x+1/2$, $0 \leq x \leq 1$, et $f_Y(y) = y+1/2$, $0 \leq y \leq 1$.

Trouvez

- $f_Y(y|x)$.
- $P(0.5 < y < 0.8)$
- $P(0.5 < y < 0.8 | x = 0.4)$.

- 2) La forme générale d'une pdf gaussienne à deux dimensions est :

$$f_{XY}(x, y) = \frac{\exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho_{XY}^2)}\left[\left(\frac{x-\mu_X}{\sigma_X}\right)^2 - 2\rho_{XY}\left(\frac{x-\mu_X}{\sigma_X}\right)\left(\frac{y-\mu_Y}{\sigma_Y}\right) + \left(\frac{y-\mu_Y}{\sigma_Y}\right)^2\right]\right\}}{2\pi\sigma_X\sigma_Y\sqrt{1-\rho_{XY}^2}}$$

pour $-\infty < x < \infty$ et $-\infty < y < \infty$. Les constantes μ_X et μ_Y sont les moyennes de X et Y , σ_X et σ_Y sont les écarts-types de X et Y et ρ_{XY} est le coefficient de corrélation entre X et Y . Trouvez $f_X(x)$ et $f_Y(y)$. Indice : Il faut compléter le carré dans l'exposant.

- 3) La pdf à deux dimensions des variables X et Y est $f_{XY}(x,y) = k$, $0 \leq x \leq 1$ et $0 \leq y \leq x$.

Trouvez

- k
- $f_X(x)$
- $f_Y(y)$
- $E[XY]$
- $E[X]$ et σ_X^2 .
- $E[Y]$ et σ_Y^2 .

- 4) $X(t)$ est un processus aléatoire donné par $X(t) = A \cos(2\pi f_c t)$ où A est une variable aléatoire avec distribution uniforme sur l'intervalle 0 à 5. Trouvez

- $E[X(t)]$
- $E[X^2(t)]$
- σ_X^2
- $R_X(t_1, t_2) = E[X(t_1)X(t_2)]$.
- Est-ce que le processus est stationnaire ? Pourquoi ?