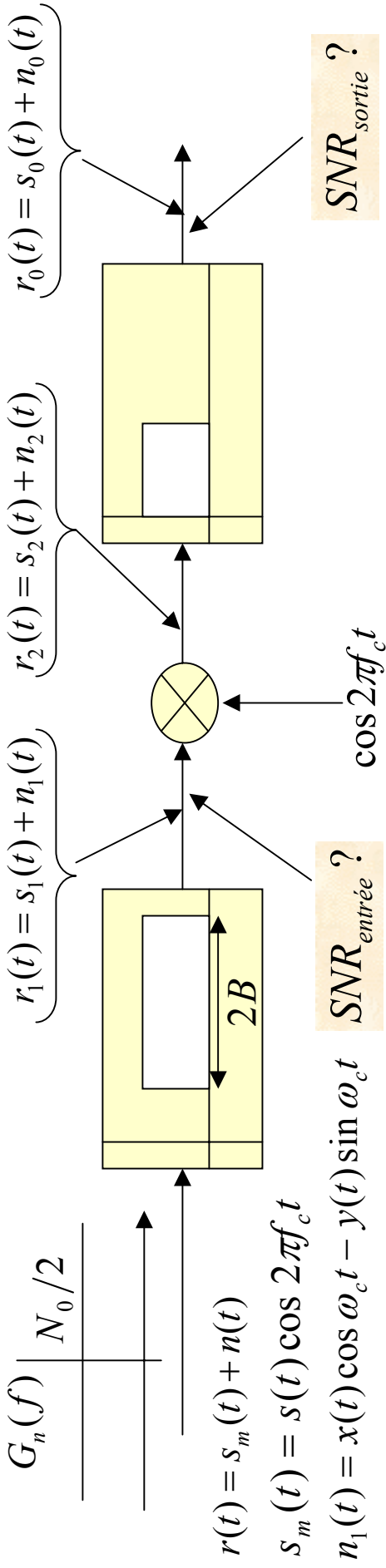


Performances des systèmes DSB-SC



$SNR_{in} ?$

$$P_{s_{entree}} = P_{s_m} = \frac{\overline{s^2(t)}}{2} = \frac{P_s}{2}$$

$$P_{n_{entree}} = P_{n_1} = 2 \frac{N_0}{2} 2B = 2N_0B$$

$SNR_{out} ?$

$$P_{s_{sortie}} = P_{s/2} = \frac{\overline{s^2(t)}}{4} = \frac{P_s}{4}$$

$$P_{n_{sortie}} = P_{x/2} = \frac{N_0 2B}{4} = \frac{N_0 B}{2}$$

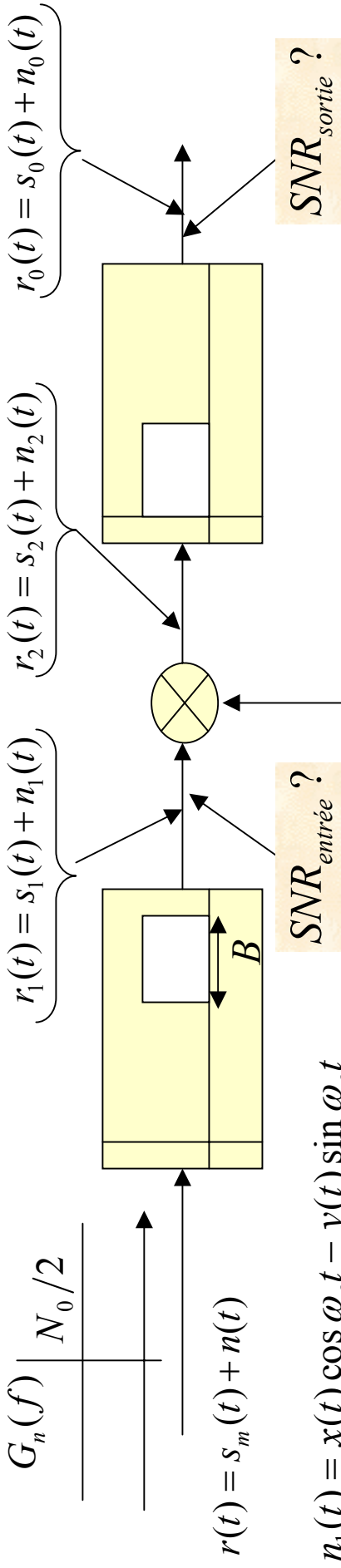
$$SNR_{entree} = \frac{P_s/2}{2N_0B} = \frac{P_s}{4N_0B}$$

$$SNR_{sortie} = 2 SNR_{entree}$$

$$SNR_{out} = \frac{P_s/4}{N_0B/2} = \frac{P_s}{2N_0B}$$

$$SNR_{bdb} = \frac{P_s/2}{N_0B} = SNR_{sortie}$$

Performances des systèmes SSB-SC



$$n_1(t) = x(t) \cos \omega_c t - y(t) \sin \omega_c t$$

$$s_m(t) = (1/2)(s(t) \cos 2\pi f_c t + \hat{s}(t) \sin 2\pi f_c t)$$

$$P_{s\text{entrée}} = \frac{P_s + P_{\hat{s}}}{8} = \frac{P_s}{4}$$

$$P_{n\text{entrée}} = P_{n_1} = 2 \frac{N_0}{2} B = N_0 B$$

$$SNR_{\text{entrée}} = \frac{P_s/4}{N_0 B} = \frac{P_s}{4 N_0 B}$$

$$SNR_{\text{sortie}} = SNR_{\text{entrée}}$$

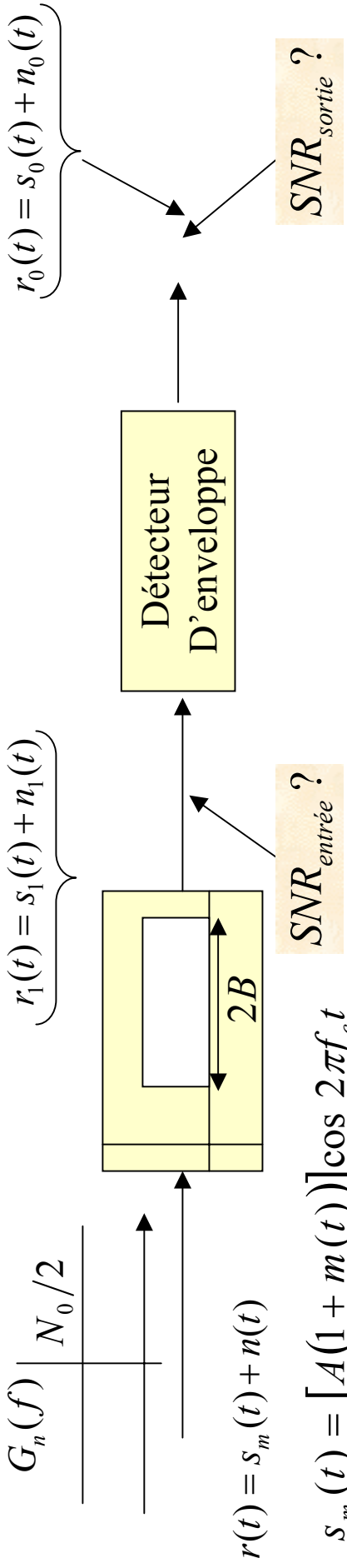
$$P_{s\text{sortie}} = P_{s/4} = \frac{P_s}{16}$$

$$P_{n\text{sortie}} = P_{x/2} = \frac{(N_0/2)2B}{4} = \frac{N_0 B}{4}$$

$$SNR_{\text{sortie}} = \frac{P_s/16}{N_0 B/4} = \frac{P_s}{4 N_0 B}$$

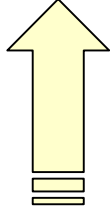
$$SNR_{\text{bdb}} = \frac{P_s/4}{N_0 B} = SNR_{\text{sortie}}$$

Performances des systèmes DSB-LC



$$P_{se} = \frac{A^2}{2} \overline{(1 + m(t))^2} = \frac{A^2}{2} (1 + P_m)$$

$$P_{ne} = P_{n1} = 2 \frac{N_0}{2} 2B = 2N_0 B$$



$$SNR_{entrée} = \frac{A^2 (1 + P_m)}{2N_0 B}$$

$$SNR_{bdb} = \frac{A^2 (1 + P_m)}{N_0 B}$$

Performances des systèmes DSB-LC

$$r_1(t) = [A(1 + m(t)) + x(t)] \cos 2\pi f_c t - y(t) \sin 2\pi f_c t$$

$$r_1(t) = R(t) \cos [2\pi f_c t + \theta(t)]$$

$$R(t) = \sqrt{[A(1 + m(t)) + x(t)]^2 + [y(t)]^2}$$

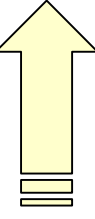
$$\theta(t) = -\tan^{-1} \left(\frac{y(t)}{A(1 + m(t)) + x(t)} \right)$$

Cas $SNR_{in} \gg 1$

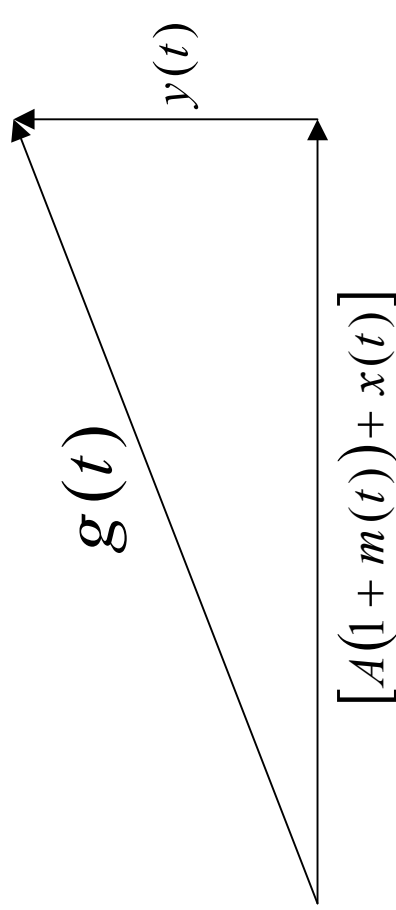
$$SNR_{entrée} \gg 1 \rightarrow R(t) = A(1 + m(t)) + x(t)$$

$$P_{s_o} = A^2 P_m$$

$$P_{n_o} = P_x = N_0 2B$$



$$SNR_{sortie} = \frac{A^2 P_m}{2N_0 B} = \frac{2P_m}{1 + P_m} SNR_{entrée} = \frac{P_m}{1 + P_m} SNR_{bdb}$$



Performances des systèmes DSB-LC

Cas $SNR_{in} \ll 1$

$$r(t) = s_m(t) + n(t)$$

$$s_m(t) = [A(1 + m(t))] \cos 2\pi f_c t$$

$$r(t) = \Re \{ g_s(t) e^{j\omega_c t} \} + \Re \{ g_n(t) e^{j\omega_c t} \}$$

$$= \Re [g_s(t) + g_n(t)] e^{j\omega_c t}$$

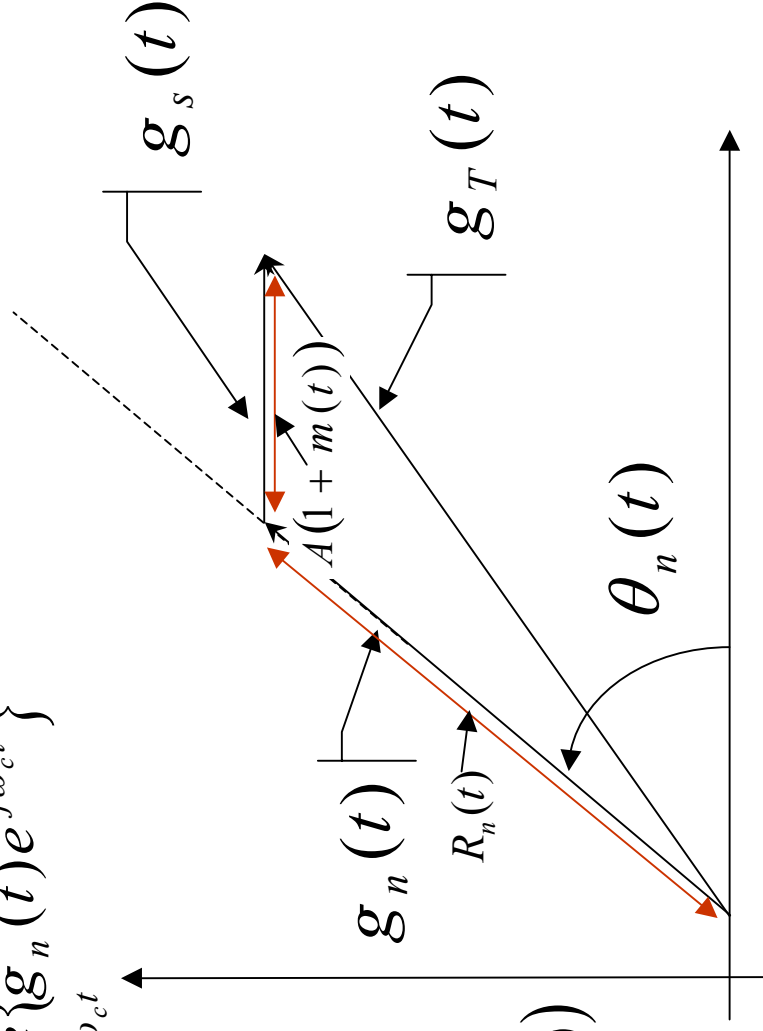
$$= \Re [g_T(t)] e^{j\omega_c t}$$

$$g_T(t) = g_s(t) + g_n(t)$$

$$g_T(t) = R_T(t) e^{j\theta_T(t)}$$

$$g_s(t) = R_s(t) e^{j\theta_s(t)} = A(1 + m(t))$$

$$g_n(t) = R_n(t) e^{j\theta_n(t)}$$



$$SNR_{in} \ll 1 \rightarrow R(t) = [A(1 + m(t))] \cos \theta_n(t) + \sqrt{x^2(t) + y^2(t)}$$

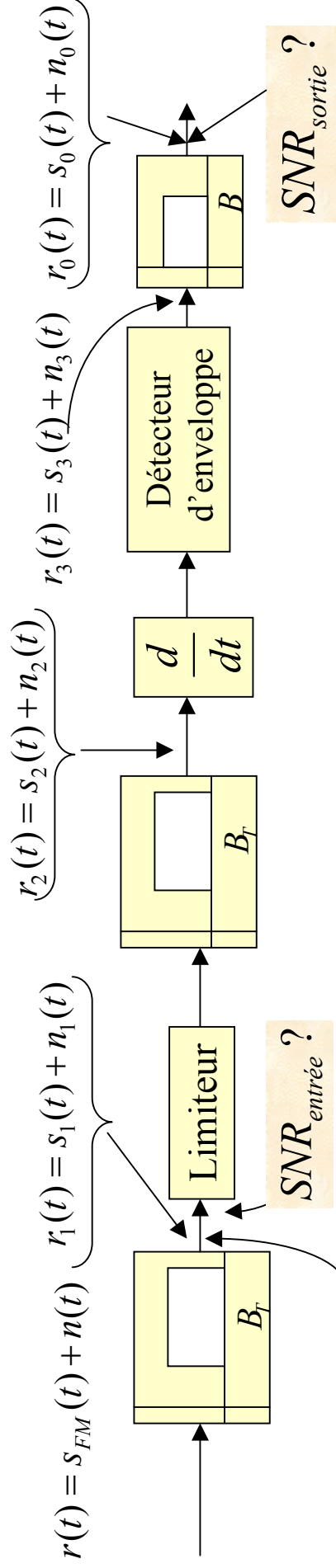
Performances des systèmes DSB-LC

$$SNR_{in} \ll 1 \rightarrow R(t) = [A(1 + m(t))]\cos \theta_n(t) + \sqrt{x^2(t) + y^2(t)}$$

- Lorsque le rapport $SNR_{in} \gg 1$ l'enveloppe récupérée est proportionnelle au signal.
- Lorsque le rapport $SNR_{in} \ll 1$ l'enveloppe est constituée d'un bruit ayant une distribution de Rayleigh et du signal multiplié par le processus aléatoire $\cos[\theta_n(t)]$.
- Il a été montré par Schwartz et Bennett en 1966 que lorsque le $SNR_{in} < 1$ il existe un seuil au delà duquel le rapport SNR_{out} décroît plus rapidement et est proportionnel au carré du SNR_{in} :

$$SNR_{out} = \frac{P_s}{1.1} (SNR_{in})^2$$

Performances des systèmes FM



$$n_1(t) = x(t) \cos \omega_c t - y(t) \sin \omega_c t$$

$$s_{FM}(t) = A \cos [\omega_c t + D_f g(t)]$$

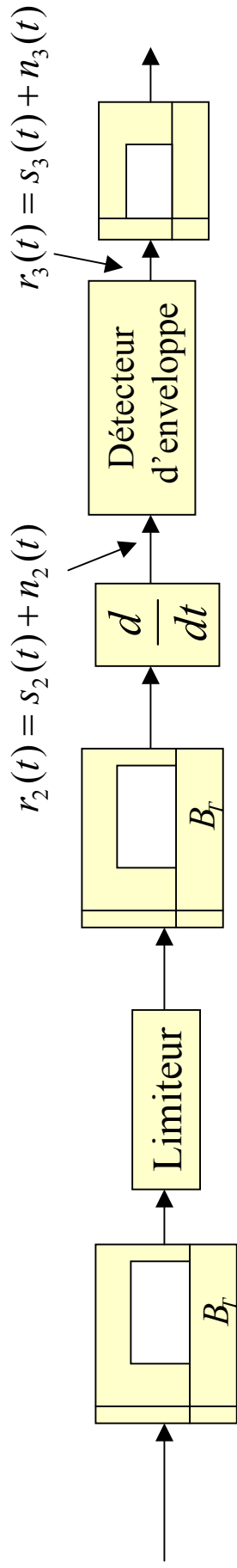
$$g(t) = \int_0^t s(\tau) d\tau$$

$$P_{s_{entrée}} = \frac{A^2}{2}$$

$$P_{n_{entrée}} = P_{n_1} = 2 \frac{N_0}{2} B_T = N_0 B_T$$

$$SNR_{entrée} = \frac{A^2/2}{N_0 B_T} = \frac{A^2}{2 N_0 B_T}$$

Performances des systèmes FM



$$s_{FM}(t) = A \cos[\omega_c t + D_f g(t)] \quad \Rightarrow \quad P_{s_3} = (\alpha_L D_f)^2 P_s$$

$$s_3(t) = \alpha_L \omega_c + \alpha_L D_f s(t)$$

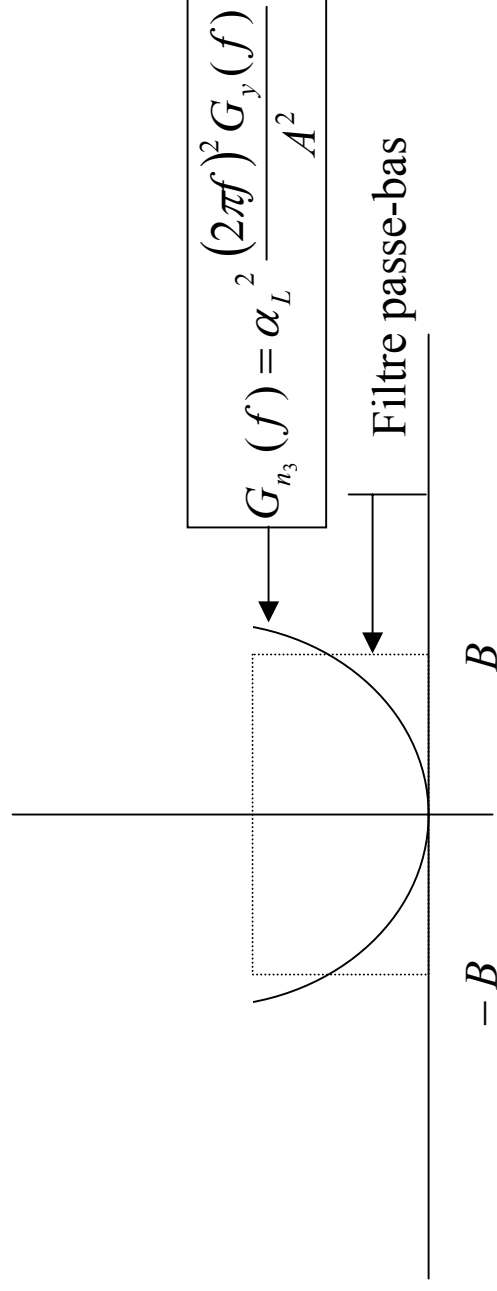
$$n_1(t) = [A + x(t)] \cos \omega_c t - y(t) \sin \omega_c t = B(t) \cos[\omega_c t + \theta(t)]$$

$$n_2(t) = \alpha_L \cos[\omega_c t + \theta(t)]$$

$$\theta(t) = \tan^{-1} \left(\frac{y(t)}{A + x(t)} \right) \quad \xrightarrow{SNR_{in} \gg 1} \quad \theta(t) = \frac{y(t)}{A}$$

$$n_3(t) = \alpha_L \left(\omega_c + \frac{d\theta(t)}{dt} \right) = \alpha_L \omega_c + \alpha_L \frac{dy/dt}{A} \quad \Rightarrow \quad G_{n_3}(f) = \alpha_L^2 \frac{(2\pi f)^2 G_y(f)}{A^2}$$

Performances des systèmes FM



Performances des systèmes FM

$$P_{n_3} = 2 \int_0^B \alpha_L^2 \frac{(2\pi f)^2 N_0 df}{A^2} = \frac{\alpha_L^2 8\pi^2 N_0}{A^2} \left[\frac{f^3}{3} \right]_0^B$$

$$P_{n_3} = \frac{\alpha_L^2 8\pi^2 N_0 B^3}{3A^2}$$

$$SNR_{\text{sortie}} = \frac{3A^2 D_f^2 P_s}{2 \times 4\pi^2 N_0 B^3}$$

Cas particulier : $s(t) = a \cos 2\pi f_m t \rightarrow P_s = a^2 / 2$ et $\beta = aD_f / 2\pi B$

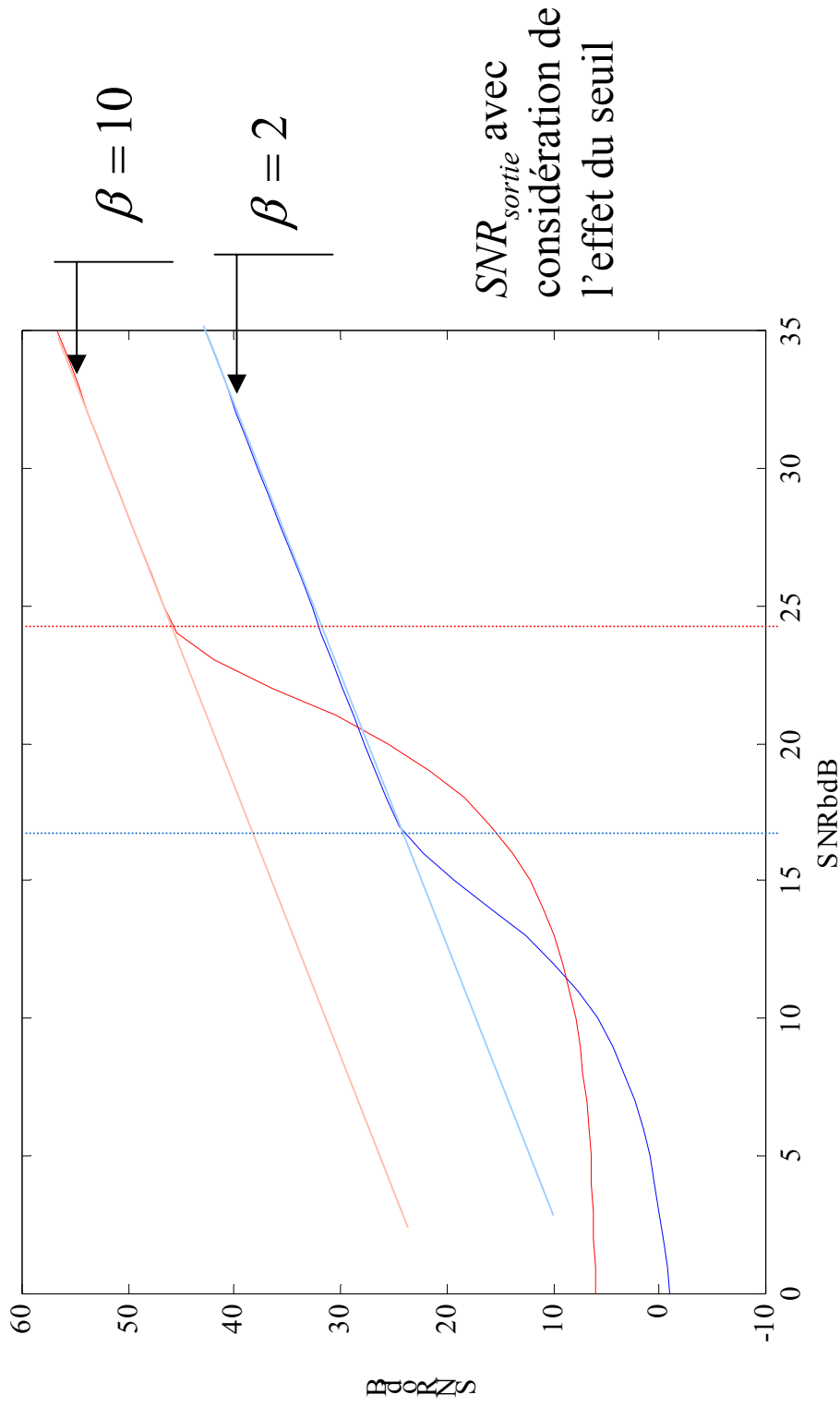
$$\left\{ \begin{array}{l} NBFM \rightarrow B_T = 2B \\ SNR_{\text{entrée}} = \frac{A^2/2}{N_0 B_T} = \frac{A^2}{4N_0 B} \\ SNR_{bdb} = \frac{A^2/2}{N_0 B} = \frac{A^2}{2N_0 B} \\ WBFM \rightarrow B_T = 2\beta f_m \\ SNR_{\text{entrée}} = \frac{A^2/2}{N_0 B_T} = \frac{A^2}{4\beta N_0 B} \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} SNR_{\text{sortie}} = 3\beta^2 SNR_{\text{entrée}} = \frac{3}{2} \beta^2 SNR_{bdb} \\ SNR_{\text{sortie}} = 3\beta^3 SNR_{\text{entrée}} = \frac{3}{2} \beta^2 SNR_{bdb} \end{array} \right\}$$

Performances des systèmes FM

Taub & Schilling
1986

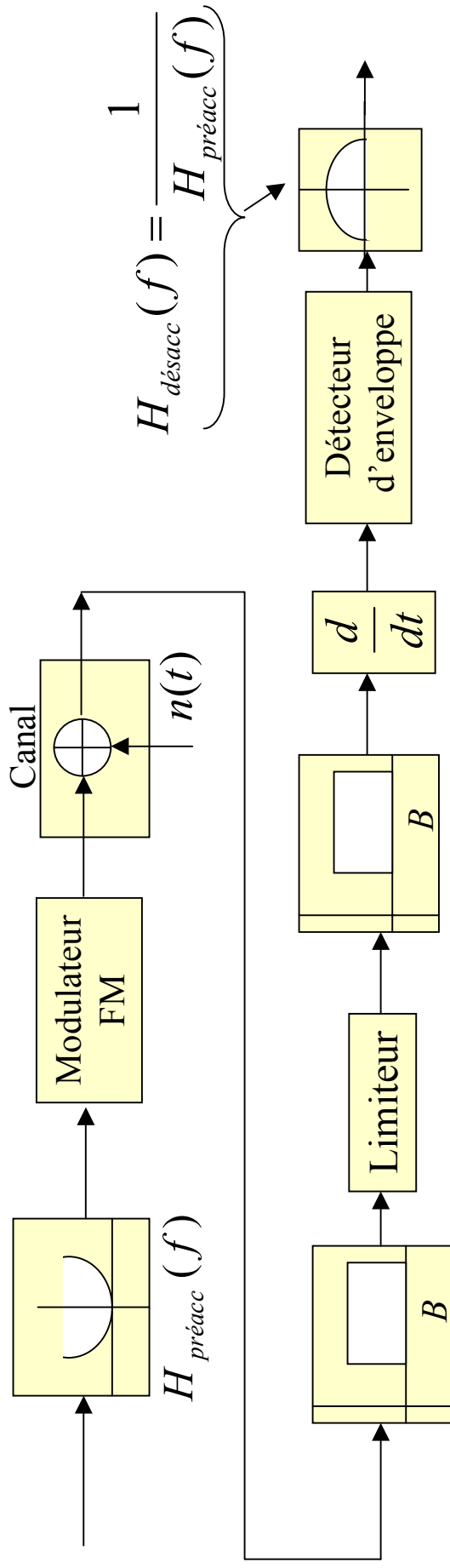
$$SNR_{\text{sortie}} = \frac{\frac{3}{2} \beta^2 SNR_{\text{bdb}}}{1 + \left(\frac{12}{\pi} \beta \right) SNR_{\text{bdb}} \exp \left(- \frac{1}{2(\beta + 1)} SNR_{\text{bdb}} \right)}$$



Performances des systèmes FM

Pré-accentuation et désaccentuation

- La densité spectrale de puissance du bruit à la sortie du démodulateur FM est de forme parabolique. Ceci veut dire que les composantes hautes fréquences du signal seront les plus affectées par le bruit.
- Pour remédier à ce problème, des filtres de pré-accentuation et de désaccentuation sont incorporés respectivement au niveau du système de transmission et du système de réception comme le montre la figure suivante:



Performances des systèmes FM

- Pour des raisons économiques, la radio FM commerciale utilise un filtre passe-bas RC comme filtre de désaccentuation. La désaccentuation est de $75\mu\text{s}$.

$$H_{\text{désacc}}(f) = \frac{1}{1 + j(f / f_1)} \quad f_1 = \frac{1}{2\pi(75 \times 10^{-6})} = 2.1 \text{ kHz}$$

- La puissance du bruit à la sortie du filtre de désaccentuation est modifiée comme suit:

$$P_{n_3} = 2 \int_0^B |H(f)|^2 G_{n_3}(f) df = 2 \int_0^B \alpha_L^2 \frac{(2\pi)^2 N_0}{A^2} \left(\frac{f^2}{1 + (f / f_1)^2} \right) df$$


$$P_{n_3} = 2 \int_0^B \frac{K^2 N_0}{A^2} \left(\frac{f^2}{1 + (f / f_1)^2} \right) df \quad ; \quad K = \alpha_L 2\pi$$

$$P_{n_3} = 2 \left(\frac{K}{A} \right)^2 N_0 f_1^3 \left(\frac{B}{f_1} - \tan^{-1} \left(\frac{B}{f_1} \right) \right)$$

Performances des systèmes FM


Dans des applications typiques on a:

$$(B/f_1) \gg 1 \implies \tan^{-1} \left(\frac{B}{f_1} \right) \approx \pi / 2 \ll f_m / f_1 \implies P_{n_3} = 2 \left(\frac{K}{A} \right)^2 N_0 f_1^2 B$$


$$\left\{ \begin{array}{l} P_{n_3} = 2 \left(\frac{K}{A} \right)^2 N_0 f_1^2 B \\ P_{s_3} = \left(\frac{K}{2\pi} D_f \right)^2 P_s \end{array} \right.$$

$$SNR_{out} \Big|_{désacc} = \frac{\left(A \frac{D_f}{2\pi} \right)^2 P_s}{2 N_0 f_1^2 B}$$

Performances des systèmes FM


$$\left\{ \begin{array}{l} SNR_{out} \mid \text{désacc} = \frac{\left(A \frac{D_f}{2\pi} \right)^2 P_s}{2 N_0 f_1^2 B} \\ SNR_{sortie} \mid \text{sans désacc} = \frac{3 A^2 D_f^2 P_s}{2 \times 4\pi^2 N_0 B^3} \end{array} \right.$$

$$\frac{SNR_{out} \mid \text{désacc}}{SNR_{out} \mid \text{sans désacc}} = \frac{1}{3} \left(\frac{B}{f_1} \right)^2$$

Application numérique: $f_m = 15 \text{ kHz}$; $f_1 = 2.1 \text{ kHz}$

$$\frac{SNR_{out} \mid \text{désacc}}{SNR_{out} \mid \text{sans désacc}} = \frac{1}{3} \left(\frac{15}{2.1} \right)^2 = 17.0068 = 12.3062 \text{ dB}$$