



UNIVERSITÉ
D'OTTAWA

ELG 4571

Systèmes de télécommunications

J.-Y. Chouinard



COLLÈGE
MILITAIRE ROYAL
DU CANADA

GEF 411A

Théorie de Communication

M. Hefnawi



UNIVERSITÉ DE
MONCTON

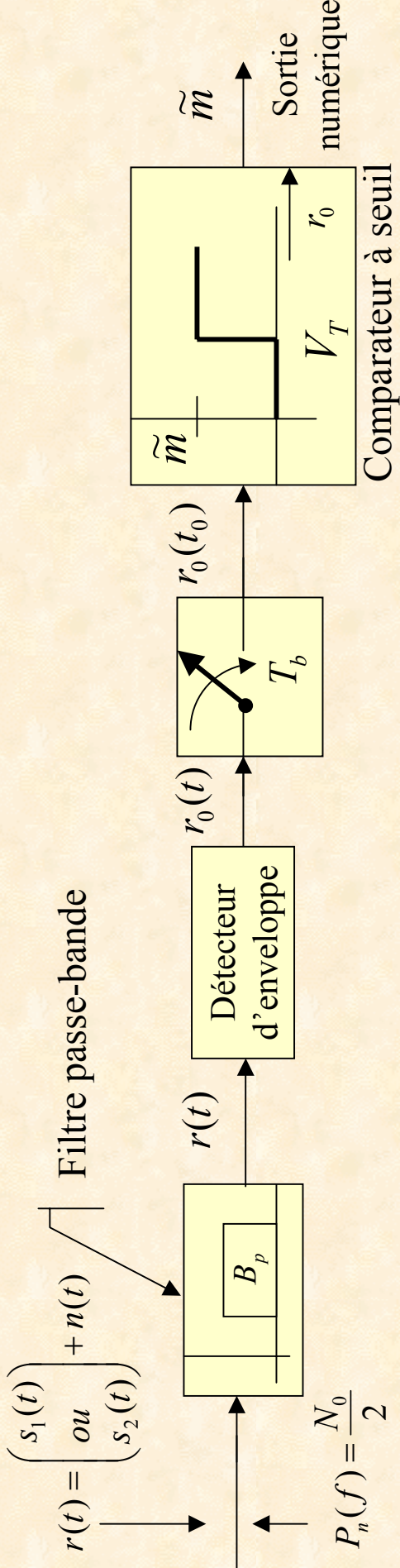
GELE 4521

Télécommunications

Y. Bouslimani

Détection non cohérente ASK & FSK

Détection non-cohérente d'un signal ASK

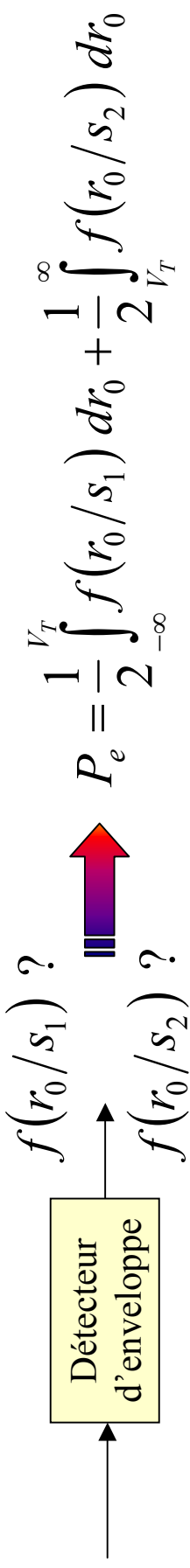


$$r(t) = \begin{cases} r_1(t), & 0 < t \leq T & \text{pour le bit 1} \\ r_2(t), & 0 < t \leq T & \text{pour le bit 0} \end{cases}$$

$$r_1(t) = A \cos \omega_c t + n(t) = [A + x(t)] \cos \omega_c t - y(t) \sin \omega_c t$$

$$r_2(t) = x(t) \cos \omega_c t - y(t) \sin \omega_c t$$

Détection non-cohérente d'un signal ASK



$$r_2(t) = x(t) \cos \omega_c t - y(t) \sin \omega_c t$$

DéTECTEUR D'ENVELOPPE

$$\sqrt{x^2(t) + y^2(t)}$$

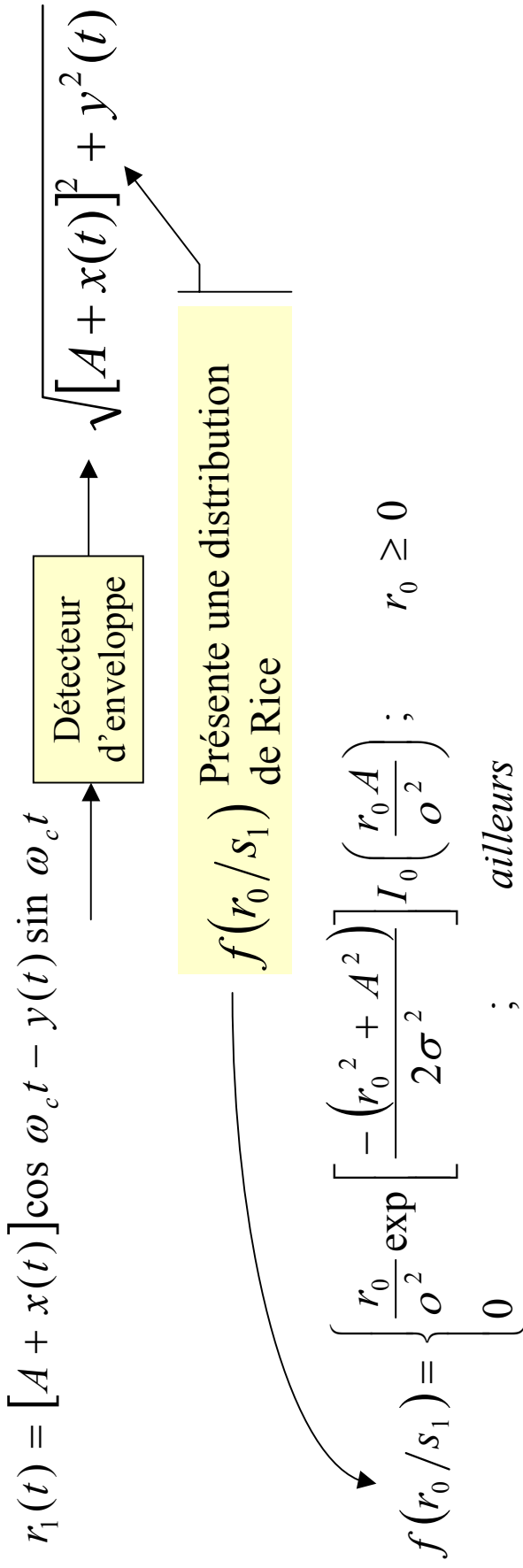
$f(r_0/s_2)$ Présente une distribution de Rayleigh

$$f(r_0/s_2) = \begin{cases} \frac{r_0}{\sigma^2} \exp \left[-\frac{(r_0)^2}{2\sigma^2} \right]; & r_0 \geq 0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

$$\sigma^2 = \left(\frac{N_0}{2} \right) 2B_p = N_0 B_p$$

σ^2 est la variance du bruit à l'entrée du détecteur d'enveloppe

Détection non-cohérente d'un signal ASK

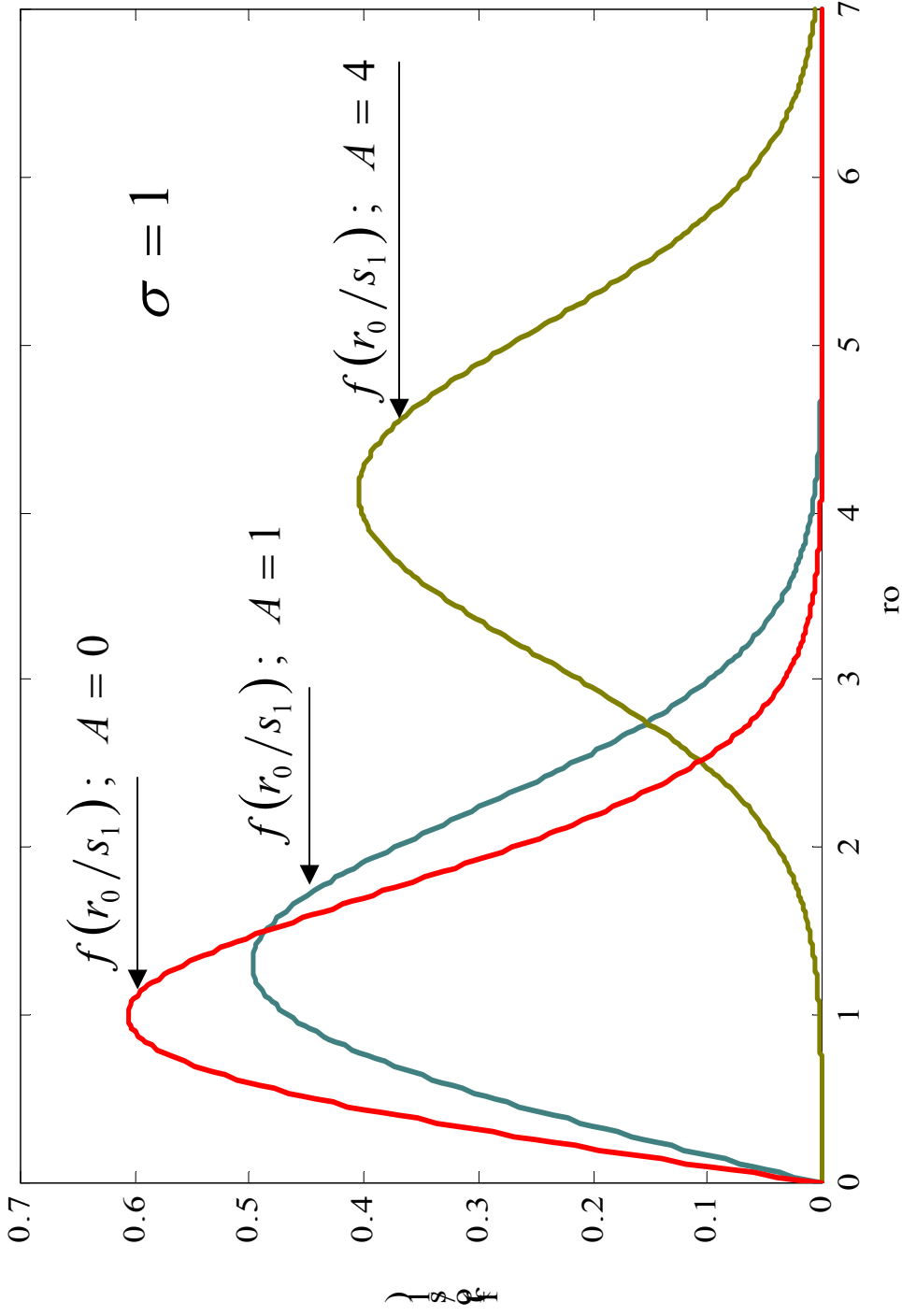


I_0 : fonction de Bessel modifiée du premier genre d'ordre 0

$$I_0(z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{z \cos \theta} d\theta$$

Détection non-cohérente d'un signal ASK

$$f(r_0/s_1) = \frac{r_0}{O^2} \exp \left[\frac{-(r_0^2 + A^2)}{2\sigma^2} \right] I_0 \left(\frac{r_0 A}{O^2} \right)$$



Détection non-cohérente d'un signal ASK

$$P_e = \frac{1}{2} \int_0^{V_T} \frac{r_0}{\sigma^2} \exp \left[-\frac{(r_0^2 + A^2)}{2\sigma^2} \right] I_0 \left(\frac{r_0 A}{\sigma^2} \right) dr_0 + \frac{1}{2} \int_{V_T}^{\infty} \frac{r_0}{\sigma^2} \exp \left[-\frac{(r_0)^2}{2\sigma^2} \right] dr_0$$

$$\frac{1}{2} \int_0^{V_T} \frac{r_0}{\sigma^2} \exp \left[-\frac{(r_0^2 + A^2)}{2\sigma^2} \right] I_0 \left(\frac{r_0 A}{\sigma^2} \right) dr_0 \stackrel{\frac{A}{\sigma} \gg 1}{\approx} \frac{1}{2} \int_0^{V_T} \sqrt{\frac{1}{2\pi\sigma^2}} \exp \left[\frac{(r_0 - A)^2}{2\sigma^2} \right] dr_0$$

$$\frac{A}{\sigma} \gg 1 \rightarrow V_T = \frac{s_{01} + s_{02}}{2} = \frac{A+0}{2} = \frac{A}{2}$$

$$P_e = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{A/2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[\frac{(r_0 - A)^2}{2\sigma^2} \right] dr_0 + \frac{1}{2} \int_{A/2}^{\infty} \frac{r_0}{\sigma^2} \exp \left[-\frac{(r_0)^2}{2\sigma^2} \right] dr_0$$

$$= \left[-\exp \left(-\frac{r_0^2}{2\sigma^2} \right) \right]_{A/2}^{\infty} = \exp \left(-\frac{A^2}{8\sigma^2} \right)$$

$$P_e = \frac{1}{2} Q \left(\frac{A}{2\sigma} \right) + \frac{1}{2} \exp \left[-\frac{A^2}{8\sigma^2} \right]$$

Détection non-cohérente d'un signal ASK

$$\text{Pour } z \gg 1 \rightarrow Q(z) = \frac{e^{-z^2/2}}{\sqrt{2\pi z^2}}$$

$$P_e = \frac{1}{2} Q\left(\frac{A}{2\sigma}\right) + \frac{1}{2} \exp\left[\frac{-A^2}{8\sigma^2}\right]$$

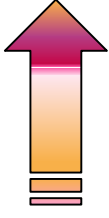
$$P_e = \frac{1}{\sqrt{2\pi}(A/\sigma)} \exp\left[\frac{-A^2}{8\sigma^2}\right] + \frac{1}{2} \exp\left[\frac{-A^2}{8\sigma^2}\right] \xrightarrow{(A/\sigma) \gg 1} P_e = \frac{1}{2} \exp\left[\frac{-A^2}{8\sigma^2}\right]$$

$$P_e = \frac{1}{2} \exp\left[\frac{-A^2}{8\sigma^2}\right] ; \quad \frac{A}{\sigma} \gg 1$$

Détection non-cohérente d'un signal ASK

$$P_e = \frac{1}{2} \exp \left[\frac{-A^2}{8\sigma^2} \right] ; \quad \frac{A}{\sigma} \gg 1$$

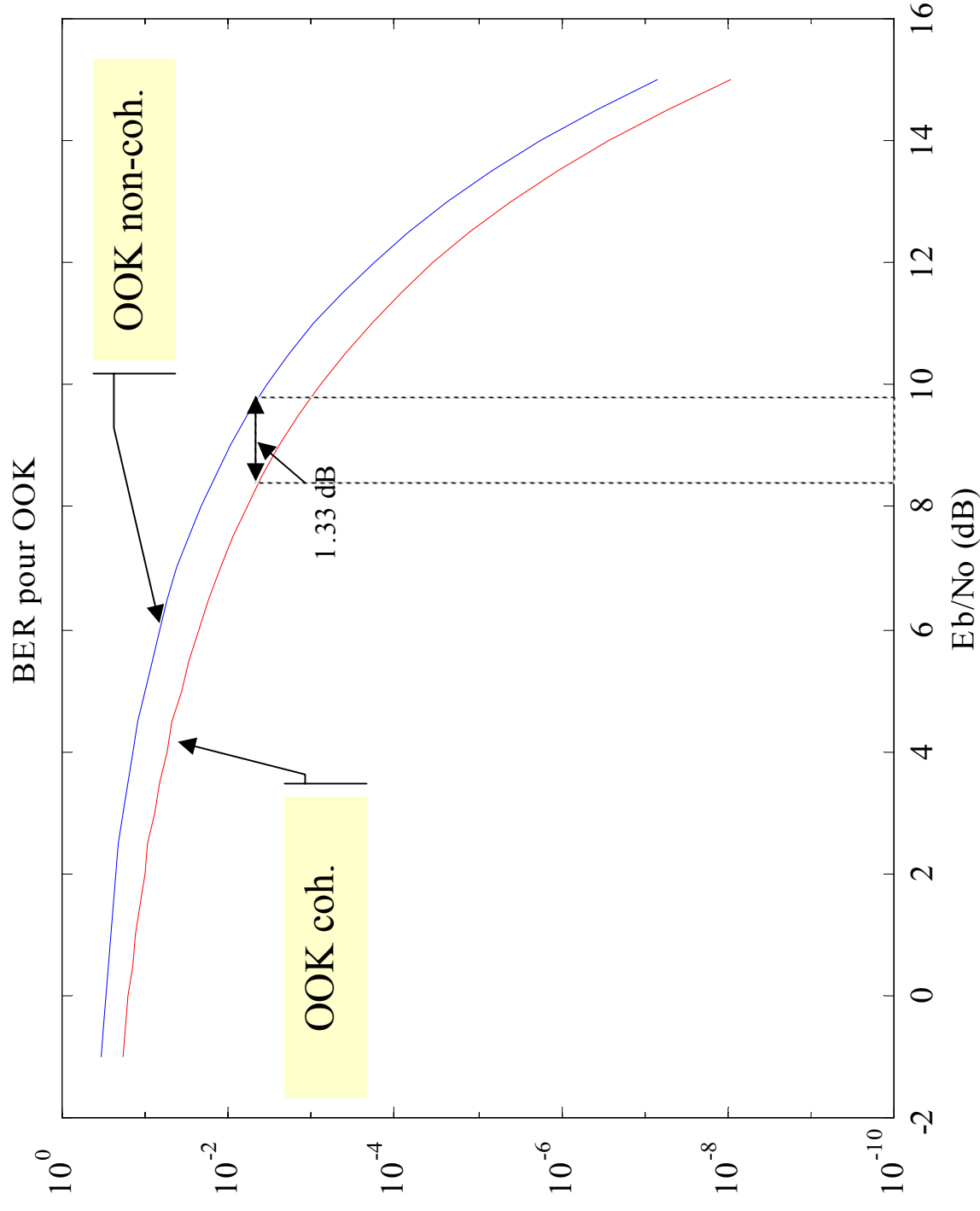
$$\left\{ \begin{array}{l} E_b = \frac{A^2 T}{4} \\ \sigma^2 = N_0 B_T \\ B_T = \frac{1}{T} \end{array} \right\}$$



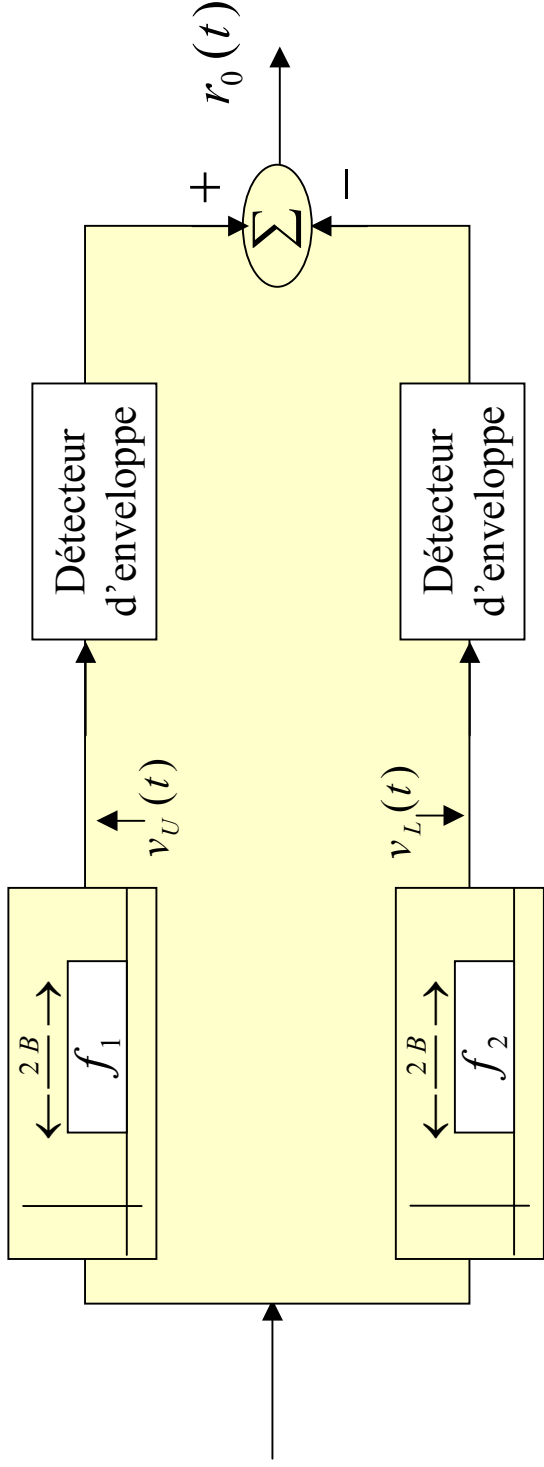
$$P_e = \frac{1}{2} \exp \left[- \left(\frac{1}{2TB_T} \right) \left(\frac{E_b}{N_0} \right) \right] ; \quad \frac{E_b}{N_0} \gg \frac{TB_T}{4}$$

$$P_e \stackrel{(B_p = 2B = R = 1/T)}{=} \frac{1}{2} \exp \left[- \frac{1}{2} \left(\frac{E_b}{N_0} \right) \right] ; \quad \frac{E_b}{N_0} \gg \frac{TB_T}{4}$$

Comparaison: Détection cohérente et non-cohérente (ASK)



Détection non-cohérente d'un signal FSK



$$\left\{ \begin{array}{l} s_{01} \approx +A, \quad 0 < t \leq T \quad \text{pour le bit 1} \\ s_{02} \approx -A, \quad 0 < t \leq T \quad \text{pour le bit 0} \end{array} \right\} \quad V_T = \frac{s_{01} + s_{02}}{2} = 0$$

$$f(r_0/s_1) = f(-r_0/s_2)$$

$$P_e = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{V_T} f(r_0/s_1) dr_0 + \frac{1}{2} \int_{V_T}^{\infty} f(r_0/s_2) dr_0$$

$$P_e = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} f(r_0/s_1) dr_0 + \frac{1}{2} \int_0^{\infty} f(r_0/s_2) dr_0 = \int_0^{\infty} f(r_0/s_2) dr_0$$

Détection non-cohérente d'un signal FSK

$$r_0(t) > 0 \quad \text{si} \quad v_U(t) > v_L(t) \quad \Rightarrow \quad P_e = P(v_U > v_L/s_2)$$

$$P_e = \int_0^{\infty} f(v_L/s_2) \left[\int_{v_L}^{\infty} f(v_U/s_2) dv_U \right] dv_L$$

Si $s_2(t)$ est transmis, le seul signal présent à l'entrée du détecteur d'enveloppe de la branche supérieure est le bruit blanc gaussien (BBG). Par ailleurs, la branche inférieure reçoit à l'entrée de son détecteur le BBG plus une sinusoïde:

$$f(v_U/s_2) = \begin{cases} \frac{v_U}{\sigma^2} \exp\left[-\frac{(v_U)^2}{2\sigma^2}\right]; & v_U \geq 0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

$$\sigma^2 = \left(\frac{N_0}{2}\right) 2B_p = N_0 B_p$$

$$f(v_L/s_2) = \begin{cases} \frac{v_L}{\sigma^2} \exp\left[-\frac{(v_L^2 + A^2)}{2\sigma^2}\right] I_0\left(\frac{v_L A}{\sigma^2}\right); & v_L \geq 0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Détection non-cohérente d'un signal FSK

$$P_e = \int_0^{\infty} \int_0^{\frac{v_L}{\sigma}} \frac{v_L^2 + A^2}{2\sigma^2} \exp \left[-\frac{v_L^2 + A^2}{2\sigma^2} \right] I_0 \left(\frac{v_L A}{\sigma^2} \right) \left[\int_{v_L}^{\infty} \frac{v_U}{\sigma^2} \exp \left[-\frac{(v_U)^2}{2\sigma^2} \right] dv_U \right] dv_L \exp \left[-\frac{v_L^2}{\sigma^2} \right]$$

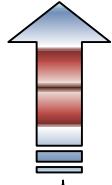
$$P_e = \exp \left[-\frac{A^2}{2\sigma^2} \right] \int_0^{\infty} \frac{v_L}{\sigma^2} \exp \left[-\frac{v_L^2}{\sigma^2} \right] I_0 \left(\frac{v_L A}{\sigma^2} \right) dv_L$$

$$\int_0^{\infty} x \exp(-ax^2) I_k(bx) dx = \frac{1}{2a} \exp \left(\frac{b^2}{4a} \right)$$

$$a = \frac{1}{\sigma^2} \quad b = \frac{A}{\sigma^2}$$

$$P_e = \frac{1}{2} \exp \left[-\frac{A^2}{4\sigma^2} \right]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_b = \frac{A^2 T}{2} \\ \sigma^2 = N_0 B_p \\ R = 1/T \end{array} \right.$$



$$P_e = \frac{1}{2} \exp \left[-\left(\frac{1}{2TB_p} \right) \left(\frac{E_b}{N_0} \right) \right]$$

$$P_e \underset{(B_p = 2B = R = 1/T)}{=} \frac{1}{2} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{E_b}{N_0} \right) \right]$$

Comparaison des performances

	Dét. Cohé. /FPbas	Dét. Cohé. /FA	Dét. Non-Cohé. /FA
* OOK	$P_e = Q \left(\sqrt{\frac{A^2}{8N_0B}} \right)$	$P_e = Q \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right)$	$P_e = \frac{1}{2} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{E_b}{N_0} \right) \right]; \quad \frac{E_b}{N_0} \gg \frac{TB_p}{4}$
BPSK	$P_e = Q \left(\sqrt{\frac{A^2}{2N_0B}} \right)$	$P_e = Q \left(\sqrt{2 \left(\frac{E_b}{N_0} \right)} \right)$	ne s'applique pas
* FSK	$P_e = Q \left(\sqrt{\frac{A^2}{4N_0B}} \right)$	$P_e = Q \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right)$	$P_e = \frac{1}{2} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{E_b}{N_0} \right) \right]$

Annexe-Détection non-cohérente d'un signal ASK

$$P_e = \frac{1}{2} \int_0^{V_T} \frac{r_0}{O^2} \exp \left[-\frac{(r_0^2 + A^2)}{2\sigma^2} \right] I_0 \left(\frac{r_0 A}{O^2} \right) dr_0 + \frac{1}{2} \int_{V_T}^{\infty} \frac{r_0}{O^2} \exp \left[-\frac{(r_0)^2}{2\sigma^2} \right] dr_0$$

$$\frac{A}{O} \gg 1 \rightarrow V_T = A/2 \quad z \gg 1 \rightarrow I_0(z) = \frac{e^z}{\sqrt{2\pi z}}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_0^{V_T} \frac{r_0}{O^2} \exp \left[-\frac{(r_0^2 + A^2)}{2\sigma^2} \right] I_0 \left(\frac{r_0 A}{O^2} \right) dr_0 &\approx \frac{1}{2} \int_0^{A/2} \sqrt{\frac{r_0}{2\pi O^2 A}} \exp \left[-\frac{(r_0 + A)^2}{2\sigma^2} \right] dr_0 \\ &\approx \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{A/2} \sqrt{\frac{1}{2\pi O^2}} \exp \left[\frac{(r_0 - A)^2}{2\sigma^2} \right] dr_0 \end{aligned}$$

$$P_e = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{A/2} \frac{1}{\sqrt{2\pi O}} \exp \left[\frac{(r_0 - A)^2}{2\sigma^2} \right] dr_0 + \frac{1}{2} \int_{A/2}^{\infty} \frac{r_0}{O^2} \exp \left[-\frac{(r_0)^2}{2\sigma^2} \right] dr_0$$

Annexe- Détection cohérente par filtre passe-bas sans IES d'un signal ASK

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{A^2}{8N_0B}}\right)$$

$$B_T = 2B = R_s(1+r) \xrightarrow{r=0} B_T = R_s \quad R_s = R_b = 1/T \quad \rightarrow \quad B_T = \frac{1}{T}$$

$$B = \frac{R_s}{2}(1+r) \xrightarrow{R_s = R_b = 1/T} B = \frac{1}{2T}(1+r)$$

$$E_b = \frac{E_1 + E_0}{2} = \frac{A^2T/2 + 0}{2} = \frac{A^2T}{4}$$

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{A^2}{8N_0B}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{A^2T}{4N_0(1+r)}}\right) \xrightarrow{E_b = A^2T/4} = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0(1+r)}}\right)$$